

Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

**Deutsch
für
Mathe Studenten**

**Навчальний посібник
для студентів
факультету математики та інформатики**

Чернівці 2021

УДК 81.432.4–94:22.1

3415

ББК 811.112.2.(076)

Рекомендовано Вченою радою Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича

Рецензенти:

Яременко І. А., кандидат філософських наук, доцент кафедри іноземних мов Національного Технічного Університету «Дніпровська політехніка»

Попадинець О. О., кандидат філологічних наук, старший викладач кафедри іноземних мов Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка

Казимір І. С., кандидат філологічних наук, старший викладач кафедри англійської мови Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка

3415 Deutsch für Mathe Studenten: навчальний посібник з німецької мови для студентів факультету математики та інформатики / Укл. М.М. Шенько. – Чернівці: 2021.

Видання укладене відповідно до обсягу мовного матеріалу та програмних вимог дисципліни «Іноземна мова за професійним спрямуванням (німецька)» для студентів I-го та II-го курсів. Навчальний посібник складається із автентичних фахових текстів німецькою мовою, які супроводжуються авторськими лексико-граматичними вправами. Система вправ забезпечує адекватне розуміння фахового матеріалу, його інтерпретацію та формування комунікативної компетенції.

Для студентів факультету математики та інформатики.

УДК 81.432.4–94:22.1

ББК 811.112.2.(076)

© Шенько М.М., (укладач), 2021

THEMA I. ZUR BESONDERHEIT DER MATHEMATIK ALS WISSENSCHAFT

Text 1. Mathematik als Wissenschaft. Geschichte der Mathematik.

*I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins
Ukrainische.*

*"Die Mathematik muss man schon deswegen
studieren, weil sie die Gedanken ordnet."*

W. Lomonossow

Die Mathematik (vom altgriechischen Verb manthánō „ich lerne“; kurz oder umgangssprachlich: Mathe) ist die Wissenschaft, welche aus der Untersuchung von Figuren und dem Rechnen mit Zahlen entstand. Für Mathematik gibt es keine allgemein anerkannte Definition; heute wird sie üblicherweise als eine Wissenschaft, die selbst geschaffene abstrakte Strukturen auf ihre Eigenschaften und Muster untersucht, beschrieben. Meyers Taschenlexikon von 1963 beschreibt sie als „Wissenschaft von den Zahlen und Raumgrößen, die die Eigenschaften und den wechselseitigen Zusammenhang dieser Größen mittels abstrakter Begriffe, Zeichen und Formeln untersucht.“ Die mathematische Enzyklopädie von 1982 drückt das Wesen der Mathematik etwas konzentrierter aus: „Die Mathematik ist eine Wissenschaft von quantitativen Verhältnissen und räumlichen Formen der realen Welt“. Aber diese Definitionsversuche schauen auf die Mathematik zu sehr von außen. Mathematiker Mark Kač und Stanislaw Ulam sehen die Mathematik als „in sich abgeschlossener Mikrokosmos, der jedoch die starke Fähigkeit zur Widerspiegelung und Modellierung beliebiger Prozesse des

Denkens und der ganzen Wissenschaft überhaupt besitzt.“ Die Mathematik stellt das mächtige Instrument des menschlichen Geistes dar, um die Naturgesetze präzise zu formulieren und eröffnet die Möglichkeiten, in die Welt der Elementarteilchen sowie in die Weiten des Universums vorzudringen.

Die Mathematik ist eine der ältesten Wissenschaften. Ihre erste Blüte erlebte sie noch vor der Antike in Mesopotamien, Indien und China.

In der frühen Neuzeit führte François Viète Variablen ein und Rene Descartes eröffnete durch die Verwendung von Koordinaten einen rechnerischen Zugang zur Geometrie. Die Beschreibung von Tangenten und die Bestimmung von Flächeninhalten („Quadratur“) führte zur Infinitesimalrechnung von G. W. Leibniz und I. Newton.

Ein anderes Leitproblem der frühen Neuzeit war das Lösen zunehmend komplizierterer algebraischer Gleichungen. Zu seiner Behandlung entwickelten N. H. Abel und É. Galois den Begriff der Gruppe, der Beziehungen zwischen Symmetrien eines Objektes beschreibt.

Im Laufe des 19. Jahrhunderts fand die Infinitesimalrechnung durch die Arbeiten von A. L. Cauchy und K. Weierstraß ihre heutige strenge Form. Die von G. Cantor gegen Ende des 19. Jahrhunderts entwickelte Mengenlehre ist aus der heutigen Mathematik ebenfalls nicht mehr wegzudenken, auch wenn sie durch die Paradoxien des naiven Mengenbegriffs zunächst deutlich machte, auf welchem unsicherem Fundament die Mathematik vorher stand.

Die Entwicklung der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts stand unter dem Einfluss von David Hilberts Liste von 23 mathematischen Problemen. Eines der Probleme war der Versuch

einer vollständigen Axiomatisierung der Mathematik; gleichzeitig gab es starke Bemühungen zur Abstraktion, also des Versuches, Objekte auf ihre wesentlichen Eigenschaften zu reduzieren. So entwickelte E. Noether die Grundlagen der modernen Algebra, F. Hausdorff die allgemeine Topologie als die Untersuchung topologischer Räume, S. Banach den wohl wichtigsten Begriff der Funktionalanalysis, den nach ihm benannten Banachraum.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

die Untersuchung – *дослідження, аналіз*; quantitativ – *кількісний*; die Fähigkeit – *здатність*; gelingen (a, u) – *вдаватися*; präzise – *точний*; eine Blüte erleben – *розквітати*; die Variable – *змінна (величина)*; die Bestimmung – *визначення*; beliebig – *будь-який, довільний*; die Gleichung – *рівняння*; die Infinitesimalrechnung – *диференціальне та інтегральне числення*; zunächst – *перш за все, спочатку*; unter dem Einfluss stehen – *бути під впливом (чого-н.)*; unsicher – *ненадійний, сумнівний*; die Grundlage – *основа, база*; darstellen – *відображати, представляти*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Wie wird heute die Mathematik beschrieben?
2. Auf welche Weise definieren die Mathematik Mark Kaç und Stanislaw Ulam ?
3. Wann führte François Viète Variablen ein?
4. Welche mathematischen Leitprobleme existierten in der frühen Neuzeit?
5. Von wem wurde die Mengenlehre entwickelt?

IV. Lesen Sie den Text noch einmal. Entscheiden Sie, welche Grundidee dem Leser nahe gebracht wird:

- Die Mathematik ist eine Wissenschaft von den Zahlen und Raumgrößen.
- Die Mathematik ist in sich abgeschlossener Mikrokosmos.
- Die Mathematik hat starke Fähigkeit zur Widerspiegelung und Modellierung beliebiger Prozesse.
- Die mathematischen Objekte sind Abstraktionen.
- Die Welt ist ohne Mathematik nicht denkbar.

V. Schreiben Sie aus dem Text die Wörter aus, die Ihrer Meinung nach die Bedeutung und Besonderheit der Mathematik als Wissenschaft unterstreichen.

VI. Suchen Sie die Synonyme zu den links stehenden Wörtern.

- | | |
|------------------|----------------------|
| 1) verwenden | a) vergrößern |
| 2) erhalten | b) sich beschäftigen |
| 3) bestimmen | c) anwenden |
| 4) sich befassen | d) gewinnen |
| 5) vermehren | e) definieren |

VII. Finden Sie im Text und schreiben Sie die Verben mit den trennbaren Präfixen aus. Konjugieren Sie diese Verben im Präsens.

VIII. Merken Sie sich folgende Information.

1997 gab es erstmals einen Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften für Leistungen, bei denen Mathematik eine zentrale Rolle spielt. Black, Scholes und Merton

präsentierten ein wahrscheinlichkeitstheoretisches Modell, um faire Preise für Optionen bestimmen zu können. (Optionen sind Verträge, mit denen Kursrisiken abgesichert werden. Man kann etwa vereinbaren, 1000 Dollar am Jahresende zu einem festen Kurs in Euro tauschen zu dürfen.) Die Black-Scholes-Formel ist in Taschenrechnern der Bankberater fest verdrahtet. Sie ist für Finanzmathematiker unverzichtbar.

Text 2. Axiomatische Formulierung und Sprache

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

"Die beste von allen Sprachen der Welt ist eine künstliche Sprache, eine ziemlich gedrängte Sprache, die Sprache der Mathematik."

J. I. Lobatschewski

Seit dem Ende des 19. Jahrhunderts, vereinzelt schon seit der Antike, wird die Mathematik in Form von Theorien präsentiert, die mit Aussagen beginnen, welche als wahr angesehen werden; daraus werden dann weitere wahre Aussagen hergeleitet. Diese Herleitung geschieht dabei nach genau festgelegten Schlussregeln. Die Aussagen, mit denen die Theorie anfängt, nennt man Axiome, die daraus hergeleiteten nennt man Sätze. Die Herleitung selbst ist ein Beweis des Satzes. In der Praxis spielen noch Definitionen eine Rolle, sie gehören aber zum Handwerkszeug der Logik, das vorausgesetzt wird. Aufgrund

dieses Aufbaus der mathematischen Theorien bezeichnet man sie als axiomatische Theorien.

Die von diesen Theorien behandelten Gegenstände sind abstrakte mathematische Strukturen, die ebenfalls durch Axiome definiert werden. Während in den anderen Wissenschaften die behandelten Gegenstände vorgegeben sind und danach die Methoden zur Untersuchung dieser Gegenstände geschaffen werden, ist bei der Mathematik umgekehrt die Methode vorgegeben und die damit untersuchbaren Gegenstände werden erst danach erschaffen. In dieser Weise nimmt und nahm die Mathematik immer eine Sonderstellung unter den Wissenschaften ein.

Die Weiterentwicklung der Mathematik geschah und geschieht dagegen oft durch Sammlungen von Sätzen, Beweisen und Definitionen, die nicht axiomatisch strukturiert sind, sondern vor allem durch die Intuition und Erfahrung der beteiligten Mathematiker geprägt sind. Allerdings sind der Axiomatisierung der Mathematik auch Grenzen gesetzt. Kurt Gödel zeigte um 1930 in dem nach ihm benannten Unvollständigkeitssatz, dass in jedem mathematischen Axiomensystem entweder wahre, jedoch nicht beweisbare Aussagen existieren, oder aber das System widersprüchlich ist.

Mathematik benutzt zur Beschreibung von Sachverhalt eine sehr kompakte Sprache, die auf Fachbegriffen und vor allem Formeln beruht. Eine Darstellung der in den Formeln benutzten Zeichen findet sich in der Tabelle mathematischer Symbole. Eine Besonderheit der mathematischen Fachsprache besteht in der Bildung von aus Mathematikernamen abgeleiteten Adjektiven wie pythagoreisch, euklidisch, eulersch, abelsch, noethersch und artinsch.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln:

vereinzelt – *в окремих випадках, місцями*; ansehen – *розглядати*; die Herleitung – *висновок*; der Beweis, -es, -e – *доказ, доведення*; erschaffen – *створювати*; die Umwandlung – *перетворення*; widersprüchlich – *суперечливий*; der Sachverhalt -(e)s, -e – *зміст, стан речей*; beruhen (auf D) – *ґрунтуватися, базуватися*; bestehen (in D) – *полягати*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. In welcher Form wird die Mathematik seit dem Ende des 19. Jahrhunderts präsentiert?
2. Welche Aussagen nennt man Axiome?
3. Wodurch geschieht die Weiterentwicklung der Mathematik?
4. Wann erfolgt die Umwandlung in eine axiomatische Theorie?
5. Worin besteht die Besonderheit der mathematischen Fachsprache?

IV. Setzen Sie die folgenden Wörter in die Lücken im Text:

▫ Beschreibung ▫ die ▫ erschaffen ▫ Formeln ▫ Gegenstände ▫ kompakte ▫ Methoden ▫ Sonderstellung ▫ Sprache ▫ umgekehrt ▫ untersuchbaren ▫ vorgegeben ▫ Weise ▫ Wissenschaften

Während in den anderen _____
die behandelten Gegenstände _____ sind und
danach _____ zur Untersuchung dieser
_____ geschaffen werden, ist bei der
Mathematik _____ die Methode vorgegeben und
die damit _____ Gegenstände werden
erst danach _____. In dieser _____
nimmt und nahm die Mathematik immer eine _____

unter den Wissenschaften ein. Mathematik benutzt zur
_____ von Sachverhalt eine sehr
_____, die auf Fachbegriffen und
vor allem _____ beruht.

V. Schreiben Sie Antonyme zu diesen Wörtern und bilden Sie drei Steigerungsstufen:

genau - ...	viel - ...	beweisbar - ...
endlich - ...	groß - ...	bekannt - ...
früh - ...	wahr - ...	abstrakt - ...
richtig - ...	alt - ...	regelmäßig - ...

VI. Bilden Sie Substantive mit dem Suffix - ung von folgenden Verben, übersetzen Sie diese Substantive.

Beispiel: entwickeln – die Entwicklung – розвиток.

untersuchen, sammeln, umwandeln, darstellen, sich
beschäftigen, sich bewegen, bedeuten, bilden, teilen.

VII. Ergänzen Sie und schreiben Sie diese Sätze im Präsens Passiv.

*Beispiel: Alte Fragen ... von der modernen Wissenschaft ...
/beantworten/.*

Alte Fragen werden von der modernen Wissenschaft beantwortet.

1. Dieses Problem ... mit Hilfe der neuen Theorie ... /lösen/.
2. Bei der Lösung dieser Aufgabe... die Begriffe Relation und
Menge ... /gebrauchen/. 3. Abstrakte mathematische Strukturen
... durch Axiome /definieren/. 4. In dieser Theorie ... wichtige
Begriffe der Veränderlichkeit von Größen ... /betrachten/. 5. Die
Lehre von den Axiomen ... weiter.../entwickeln/.

VIII. Merken Sie sich folgende Information. Stellen Sie die Fragen dazu.

Am Ende des 17. Jahrhunderts entwickelten Newton und Leibnitz unabhängig voneinander Methoden, um mit dem "unendlichen Kleinen" umzugehen. Leibnitz interessierten die Steigerungen von gekrümmten Linien, Newton die Erfassung von Geschwindigkeiten bewegter Körper. Dennoch dauerte es bis Mitte des 19. Jahrhunderts, bis die Theorie akzeptiert wurde. Heute sind sie und der damit zusammenhängende Grenzwertbegriff Ausgangspunkt vieler wichtiger Theorien.

Text 3. Mathematik und andere Wissenschaften. Anwendungsgebiete

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

*"In jeder reinen Naturlehre ist nur soviel an
eigentlicher Wissenschaft enthalten, als
Mathematik in ihr angewandt werden kann."*

I. Kant

Die Mathematik ist in allen Wissenschaften anwendbar, die ausreichend formalisiert sind. Daraus ergibt sich ein enges Wechselspiel mit Anwendungen in empirischen Wissenschaften. Über viele Jahrhunderte hinweg hat die Mathematik Anregungen aus der Astronomie, der Geodäsie, der Physik und der Ökonomie aufgenommen und umgekehrt die Grundlagen für den Fortschritt dieser Fächer bereitgestellt. Beispielsweise hat Newton die Infinitesimalrechnung entwickelt, um das physikalische Konzept

„Kraft gleich Impulsänderung“ mathematisch zu fassen. Fourier hat beim Studium der Wellengleichung die Grundlage für den modernen Funktionsbegriff gelegt und Gauß hat im Rahmen seiner Beschäftigung mit Astronomie und Landvermessung die Methode der kleinsten Quadrate entwickelt und das Lösen von linearen Gleichungssystemen systematisiert.

Umgekehrt haben Mathematiker zuweilen Theorien entwickelt, die erst später überraschende praktische Anwendungen gefunden haben. So ist zum Beispiel die schon im 16. Jahrhundert entstandene Theorie der komplexen Zahlen zur mathematischen Darstellung des Elektromagnetismus inzwischen unerlässlich geworden, oder die Boolesche Algebra findet in der Digitaltechnik und der elektrischen Steuerungstechnik für Maschinen und Anlagen weitreichende Anwendung. Ein weiteres Beispiel ist der tensorielle Differentialformenkalkül, ohne den die Allgemeine Relativitätstheorie nicht mathematisch formulierbar wäre. Die Beschäftigung mit der Zahlentheorie galt lange Zeit als intellektuelle Spielerei ohne praktischen Nutzen, ohne sie wären heute allerdings die moderne Kryptographie und ihre vielfältigen Anwendungen im Internet nicht denkbar.

Angewandte Mathematik beschäftigt sich sowohl mit der Entwicklung neuer Methoden zur Lösung von Problemen aus anderen Gebieten (wie Chemie, Biologie, Physik, Wirtschaft, Informatik, Technik usw.), als auch der Anwendung bereits bekannter mathematischer Methoden auf wohlbekannte Probleme.

Insbesondere gehören dazu Numerische Mathematik, mathematische Physik, (mathematische Chemie / Biologie / Geologie usw.), Computermathematik, Wissenschaftliches Rechnen, Ingenieurmathematik, Modellierung, Theoretische Biologie und Bioinformatik, Spieltheorie, Statistik und

Wahrscheinlichkeitstheorie, Finanz- und Versicherungsmathematik, Kryptologie, Mathematische Psychologie sowie große Teile der Theoretischen Informatik.

Die Verwendung der Mathematik zur Lösung industrieller Probleme wird Industriemathematik genannt; hier ist als Teilgebiet besonders die Technomathematik zu nennen, die sich mit aus der Technik stammenden Problemen befasst.

Die Grenze zwischen reiner Mathematik und angewandter Mathematik ist fließend. Die Zuordnung von Arbeiten in eines dieser beiden großen Felder hängt stark von der persönlichen Auffassung der beteiligten Mathematiker ab.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln:

anwendbar – *застосовний, придатний*; das Wechselspiel – *зміна*; bereitstellen – *готувати заздалегідь*; empirisch – *емпіричний, дослідний*; die Anregung – *ініціатива, стимул*; unerlässlich – *суттєвий, неодмінний*; angewandte Mathematik – *прикладна математика*; tensorielle Differentialformenkalkül – *тензорна диференціальна форма числення*; sich befassen (mit D) – *займатися, мати справу*; die Auffassung – *думка, точка зору*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Aus welchen Wissenschaften hat die Mathematik die Anregungen aufgenommen?
2. Wer hat die Infinitesimalrechnung entwickelt?
3. Von wem wurde das Lösen von linearen Gleichungssystemen systematisiert?
4. Wann wurde Theorie der komplexen Zahlen entwickelt?
5. Womit beschäftigt sich angewandte Mathematik?

IV. Finden Sie im Text die starken und unregelmäßigen Verben. Konjugieren Sie diese Verben im Präteritum.

V. Bilden Sie von den Substantiven Adjektive mithilfe von Suffixen. Es können mehrere Varianten sein.

die Methode	die Algebra	der Durchschnitt
das Ende	die Geometrie	das Symbol
das Lösen	das Wesen	die Theorie
das Messen	der Name	die Verantwortung
der Erfolg	das Quadrat	das Axiom

VI. Setzen Sie die fehlenden Präpositionen ein.

1. Die Verwendung der Mathematik ___ der Lösung industrieller Probleme wird Industriemathematik genannt. 2. Die Grenze _____ reiner Mathematik und angewandter Mathematik ist fließend. 3. Angewandte Mathematik beschäftigt sich ___ der Entwicklung neuer Methoden ___ der Lösung von Problemen ___ anderen Gebieten. 4. Fourier hat die Grundlage ___ den modernen Funktionsbegriff gelegt. 5. Die Boolesche Algebra findet ___ der Digitaltechnik und der elektrischen Steuerungstechnik ___ Maschinen und Anlagen weitreichende Anwendung.

VII. Übersetzen Sie ins Deutsche.

1. Видатні математики розвивали теорії, які пізніше знаходили практичне застосування. 2. Теорія комплексних чисел є необхідною для математичного зображення електромагнетизму. 3. Довгий час теорія чисел була лише інтелектуальною грою без практичного застосування. 4. Прикладна математика займається пошуком методів для вирішення проблем у інших областях науки. 5. Основи

сучасного поняття функції були закладені французьким вченим Фур'є.

VIII. Diskutieren Sie zum Thema: „Die praktische Bedeutung der Mathematik und ihre Anwendungsmöglichkeiten.“ Beweisen Sie Ihrem Gesprächspartner die Bedeutung der praktischen Anwendungen der Mathematik und die Vorteile ihrer weiteren wissenschaftlichen Entwicklung. Gebrauchen Sie dabei:

- *Ich meine, finde, glaube, denke, dass...*
- *Ich bin der Meinung / der Ansicht / der Überzeugung, dass...*
- *Ich bin ganz / völlig Ihrer Meinung ...*
- *Ich bin damit einverstanden ...*
- *Ich bin ganz / völlig anderer Meinung ...*
- *Ich bin dagegen ...*
- *Daraus folgt, dass...*
- *Wir können mit Recht sagen, dass...*
- *Sie haben Recht, wenn Sie sagen...*
- *Einerseits ... , andererseits ...*

Text 4. Kategorisierung der Mathematik

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

*"Die Mathematik als Fachgebiet ist so ernst, dass man keine Gelegenheit versäumen sollte, dieses Fachgebiet unterhaltsamer zu gestalten."
Blaise Pascal*

Über die Frage, zu welcher Kategorie der Wissenschaften die Mathematik gehört, wird seit langer Zeit kontrovers diskutiert. Viele mathematische Fragestellungen und Begriffe sind durch die Natur betreffende Fragen motiviert, beispielsweise aus der Physik oder den Ingenieurwissenschaften, und die Mathematik wird als Hilfswissenschaft in nahezu allen Naturwissenschaften herangezogen. Jedoch ist sie selbst keine Naturwissenschaft im eigentlichen Sinne, da ihre Aussagen nicht von Experimenten oder Beobachtungen abhängen. Dennoch wird in der neueren Philosophie der Mathematik davon ausgegangen, dass auch die Methodik der Mathematik immer mehr derjenigen der Naturwissenschaft entspricht. Im Anschluss an Imre Lakatos wird eine „Renaissance des Empirismus“ vermutet, wonach auch Mathematiker Hypothesen aufstellen und für diese Bestätigungen suchen.

Die Mathematik hat methodische und inhaltliche Gemeinsamkeiten mit der Philosophie; beispielsweise ist die Logik ein Überschneidungsbereich der beiden Wissenschaften. Damit könnte man die Mathematik zu den Geisteswissenschaften im weiteren Sinne rechnen, aber auch die Einordnung der Philosophie ist umstritten.

Auch aus diesen Gründen kategorisieren einige die Mathematik – neben anderen Disziplinen wie der Informatik – als Strukturwissenschaft bzw. Formalwissenschaft.

An deutschen Universitäten gehört die Mathematik meistens zur selben Fakultät wie die Naturwissenschaften, und so wird Mathematikern nach der Promotion in der Regel der akademische Grad eines Dr. rer. nat. (Doktor der Naturwissenschaften) verliehen. Im Vergleich dazu erreicht im englischen Sprachraum der Hochschulabsolvent den Titel „Bachelor of Arts“ bzw. „Master

of Arts“, welche eigentlich an Geisteswissenschaftler vergeben werden.

Eine Sonderrolle unter den Wissenschaften nimmt die Mathematik bezüglich der Gültigkeit ihrer Erkenntnisse ein. Während beispielsweise alle naturwissenschaftlichen Erkenntnisse durch neue Experimente falsifiziert werden können und daher prinzipiell vorläufig sind, werden mathematische Aussagen durch reine Gedankenoperationen auseinander hervorgebracht oder aufeinander zurückgeführt und brauchen nicht empirisch überprüfbar zu sein. Dafür muss aber für mathematische Erkenntnisse ein streng logischer Beweis gefunden werden, bevor sie als mathematischer Satz anerkannt werden. In diesem Sinn sind mathematische Sätze prinzipiell endgültige und allgemeingültige Wahrheiten, so dass die Mathematik als die exakte Wissenschaft betrachtet werden kann. Gerade diese Exaktheit ist für viele Menschen das Faszinierende an der Mathematik. Joseph Weizenbaum vom Massachusetts Institute of Technology bezeichnete die Mathematik als die Mutter aller Wissenschaften.

Die Mathematik ist daher auch eine kumulative Wissenschaft. Man kennt heute über 2000 mathematische Fachzeitschriften. Dies birgt jedoch auch eine Gefahr: durch neuere mathematische Gebiete geraten ältere Gebiete in den Hintergrund. Neben sehr allgemeinen Aussagen gibt es auch sehr spezielle Aussagen, für die keine echte Verallgemeinerung bekannt ist.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln:

kontrovers – *остаточний*; heranziehen – *залучати, тягнувати*; vermuten – *припускати*; die Einordnung –

класифікація; verleihen – надавати, присуджувати; die Gültigkeit – дійсність; endgültig – остаточний; kumulativ – кумулятивний, сукупний; eine Gefahr bergen – нести небезпеку.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Wodurch sind die mathematischen Fragestellungen und Begriffe motiviert?
2. Womit hat die Mathematik methodische und inhaltliche Gemeinsamkeiten?
3. Zur welchen Fakultät gehört die Mathematik an deutschen Universitäten?
4. Warum sind die naturwissenschaftlichen Erkenntnisse prinzipiell vorläufig?
5. Was fasziniert viele Menschen an der Mathematik?

IV. Kreuzen Sie an. Was ist richtig, was ist falsch?

- 1) Die Aussagen der Mathematik hängen von Experimenten R F oder Beobachtungen ab.
- 2) Logik ist die Mutter der Philosophie und Mathematik. R F
- 3) Die Mathematik wird als Strukturwissenschaft und R F Formalwissenschaft kategorisiert.
- 4) Mathematische Sätze sind prinzipiell endgültige und R F allgemeingültige Wahrheiten.
- 5) Der logische Beweis ist für mathematische Erkenntnisse R F unwichtig.

V. Was passt zusammen? Kombinieren Sie.

Praktikum	abschließen
Mathematik	machen

eine Vorlesung
das Studium
Probleme
Methode
Grundlagen

befassen
entwickeln
halten
bereitstellen
studieren

VI. Übersetzen Sie die folgenden Wendungen ins Deutsche:

нові математичні галузі; залежати від експериментів; шукати підтвердження; методи природничих наук; робити узагальнення; точні науки; математичні закони; теорія чисел; прикладна математика; особлива роль математики.

Text 5. Die Kerngebiete der Mathematik im Überblick

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Die Mathematik ist in verschiedene Teilgebiete aufgeteilt, die einzelne Details oder bestimmte Aspekte betrachten. Diese Teilgebiete sind wiederum miteinander durch Zusammenhänge verbunden. Die grundsätzlichen Teilgebiete der Mathematik sind die Algebra, die Analysis, die Topologie und Geometrie sowie die Logik und Mengenlehre. Worum sich diese einzelnen Felder jeweils drehen wird nun kurz beschrieben:

Algebra. Unter Algebra versteht man allgemein das Rechnen mit Gleichungen. Dabei werden Unbekannte mit einem Buchstaben statt einer Zahl dargestellt. Das Wort Algebra stammt

aus dem Arabischen und steht für “das Zusammenfügen gebrochener Teile”. Der Teil der Algebra, der zur Schulmathematik zählt, ist auch als elementare Algebra bekannt. Zu ihr gehören alle Rechenregeln der natürlichen und ganzen Zahlen sowie gebrochenen und reellen Zahlen. Ebenso geregelt ist, wie mit Ausdrücken, welche Variablen enthalten können, umzugehen ist. Natürlich sind auch Lösungswege zu einfachen algebraischen Gleichungen Teil der Materie.

Ein Teilgebiet der Algebra sind die grundsätzlichen Rechenoperationen mit Zahlen, die auch als Arithmetik bezeichnet werden und im ältesten erhaltenen Rechenbuch “Arithmetica” enthalten sind. Dabei geht es um Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, aber auch um die Teilbarkeitslehre, respektive um die Division mit Rest. “Arithmetica” geht je nach Quelle auf rund 100 Jahre vor bis rund 400 Jahre nach Christus zurück und ist eines der grundlegenden Werke der Mathematik. Das Lehr- und Aufgabenbuch umfasst in seiner ursprünglichen Fassung 13 Bände.

Analysis. Die Grundlage zu zahlreichen mathematischen Zusammenhängen in den Naturwissenschaften ist seit mehreren hundert Jahren die Analysis. Sie befasst sich mit differenzierbaren Abbildungen zwischen topologischen Räumen und bewegt sich dabei in den reellen und in den komplexen Zahlen sowie in Mannigfaltigkeiten und Hilbert-Räumen. Gewisse Zusammenhänge gehen auch über diese Zahlenräume hinaus. Die bekanntesten Abläufe innerhalb der Analysis sind jene der Infinitesimalrechnung: Differentialrechnung und Integralrechnung. Den griechischen Ursprüngen der Analysis

folgend geht es dabei um die Auflösung von impliziten Gleichungen.

Topologie und Geometrie. Bei der Topologie geht es darum, Räume mathematisch zu begründen und auch darzustellen. Die Grundsätze dafür finden sich wiederum in der Analysis und in der Funktionentheorie, die sich aus der Analysis entwickelt hat. Wichtige Begriffe sind dabei unter anderem die Stetigkeit und der Grenzwert. Diese sagen viel über eine geometrische Form aus, in dem sie ihren Verlauf exakt beschreiben. Besonders übersichtlich sind so genannte Metrische Räume. Ihre Topologie ist von einer Metrik abgeleitet und sie sind zudem als uniforme Räume sehr einfach anschaulich. Das Wort Topologie stammt aus der griechischen Sprache und bedeutet zu Deutsch in etwa “Lehre des Ortes”.

Logik und Mengenlehre. Eine Grundlage für die schriftliche Darstellung in der Mathematik ist die Mengenlehre. Verglichen mit anderen Teilgebieten ist die Mengenlehre ein sehr junges Konstrukt, da sie ihren Ursprung in der heutigen Form erst in der Grundlagenkrise der Mathematik, ganz früh im 20. Jahrhundert, hat.

Die Mengenlehre ist ein Teil der mathematischen Logik, zu der auch die Modelltheorie, die Beweistheorie und die Rekursionstheorie gehören. Früher war in diesem Zusammenhang auch von der symbolischen Logik (im Gegensatz zur Logik der Philosophie) die Rede. Die moderne mathematische Logik zeichnet sich durch ihre symbolhafte Ausdrucksweise aus. Diese Ausdrucksweise hat die in natürlicher Sprache formulierte Logik von Aristoteles zum Ende des 19. Jahrhunderts allmählich abgelöst.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln:

grundsätzlich – *основний*; gebrochene Zahlen – *дробові числа*; respektive – *відповідно*; der Zusammenhang – *взаємозв'язок*; die Mannigfaltigkeit – *різноманітність*; differenzierbar – *диференційований*; die Stetigkeit – *безперервність*; der Grenzwert – *границя (мат.)*; implizite Gleichungen – *неявні рівняння*; die Mengenlehre – *теорія множин*; die Rekursionstheorie – *теорія рекурсії (теорія обчислюваності)*; die Beweistheorie – *теорія доведення*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Welche wichtigen Teilgebiete der Mathematik kennen Sie?
2. Was gehört zur elementaren Algebra?
3. Womit befasst sich die Analysis?
4. Nennen Sie die bekanntesten Abläufe innerhalb der Analysis.
5. Worum geht es bei der Topologie?
6. Was sind die wichtigsten Begriffe der Topologie?
7. Welche Rolle spielt in der Mathematik die Mengenlehre?
8. Nennen Sie die grundsätzlichen Rechenoperationen mit Zahlen.

IV. Kreuzen Sie an. Was ist richtig, was ist falsch?

- 1) Teilgebiete der Mathematik sind miteinander durch Mengenlehre verbunden. R F
- 2) Bei der Gleichungen werden Unbekannte mit einem Buchstaben statt einer Zahl dargestellt. R F
- 3) Analysis ist eine Grundlage zu zahlreichen logischen Zusammenhängen in den Naturwissenschaften. R F
- 4) Differentialrechnung und Integralrechnung sind die unbekannten Abläufe innerhalb der Analysis. R F
- 5) Bei der Topologie begründet man Räume mathematisch. R F

6) Die Stetigkeit und der Grenzwert sind die wichtigsten Begriffe der Philosophie.

R F

V. Finden Sie im Text und schreiben Sie die Verben mit den untrennbaren Präfixen aus. Konjugieren Sie diese Verben im Perfekt.

VI. Erzählen Sie über die wichtigsten Bereiche der Mathematik. Sie können dabei die passenden Redemittel gebrauchen:

Das Thema des Textes ist ...

Es handelt sich um ...

Der Text lässt sich in ... Sinnabschnitte gliedern.

Im ersten Abschnitt wird ... behandelt.

Die Leser erfahren, dass ...

Der Autor weist darauf hin, dass ...

Der zweite Abschnitt zeigt ...

Es wird den Lesern mitgeteilt, dass ...

Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit...

Der vierte Abschnitt hat ... zum Thema.

Der Autor stellt fest, dass ...

Zudem wird deutlich gemacht, dass ...

Abschließend werden die Leser darüber informiert, dass ...

THEMA II. BERÜHMTE MATHEMATIKER UND IHRE ENTDECKUNGEN

Text 1. Carl Friedrich Gauß

*I. Lesen Sie den folgenden
Text und übersetzen Sie ihn ins
Ukrainische.*

Als Sohn armer Eltern wurde er am 30. April 1777 in Braunschweig geboren und starb am 23. Februar 1855 in Göttingen. Sein Motto lautete: „Pauca sed matura“ (Weniges, aber Reifes).

C.F. Gauß sagte später, er habe das Rechnen vor dem Reden gelernt. Sein Leben lang behielt er die Gabe, die kompliziertesten Rechnungen im Kopf auszuführen. Klassisch ist die Geschichte in der Schule als der Lehrer den zehnjährigen Schülern die Aufgabe gibt, die Summe aller Zahlen von 1 bis 100 zu errechnen. Es dauerte einige Sekunden und C. F. Gauß legte seine Schiefertafel auf den Tisch. Am Ende der Stunde war seine Zahl die einzig richtige.

Seine frühe Begegnung mit dem "Binomischen Lehrsatz" ermöglichte ihm über ganzzahlige Exponenten hinaus die richtige Anwendung unendlicher Reihen, also das Wesen der mathematischen Analysis, zu entwickeln.

Gauß misstraute bereits mit 12 Jahren der Beweisführung in der elementaren Geometrie und ahnte mit sechzehn Jahren, dass



es neben der euklidischen noch eine andere Geometrie geben muss. Ein Jahr darauf begann er mit kritischen Untersuchungen der Zahlentheorie, und die Arithmetik, das Gebiet seiner ersten Triumphe, wurde zu seinem Lieblingsfach.

Der Herzog von Braunschweig ermöglichte dem jungen Gauß sich im Collegium Carolinum in Braunschweig einzuschreiben und kam bis zum Ende seiner Studien für alle Kosten auf.

Mit 18 Jahren hatte Gauß die 'Methode der kleinsten Quadrate' gefunden, und er fand das Gesetz der Normalverteilung. Die entsprechende glockenförmige Kurve ist heute jedem geläufig, der mit Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung zu tun hat (von Wahlhochrechnungen bis Meinungsumfragen).

1799 veröffentlichte er den Fundamentalsatz der Algebra: *Jede Gleichung n -ten Grades hat n komplexe Lösungen.*

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

die Gabe – дар, талант; der Exponent – показник степеня; die unendliche Reihe – нескінченний ряд; das Wesen – сутність; misstrauen – не довіряти, остерігатись; ermöglichen – сприяти; die Beweisführung – аргументація, доказ; ahnen – передчувати, підозрювати, здогадуватись; sich einschreiben – записуватись; für die Kosten aufkommen – взяти на себе витрати; geläufig – уживаний.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Wo und wann wurde Carl Friedrich Gauß geboren?
2. Welche Gabe behielt C. F. Gauß sein Leben lang?
3. Was ermöglichte ihm das Wesen der mathematischen Analysis zu entwickeln?

4. Wo studierte der junge Gauß?
5. Wer ermöglichte ihm das Studium?
6. Wie lautet der Fundamentalsatz der Algebra?

IV. Deklinieren Sie die Adjektive in den folgenden Wortverbindungen:

arme Eltern, die kompliziertesten Rechnungen, der zehnjährige Schüler, seine frühe Begegnung, die richtige Anwendung, eine andere Geometrie, kritische Untersuchungen, komplexe Lösung.

V. Gruppieren Sie die folgenden Substantive nach dem Geschlecht.

Zusammenhang, Begriff, Grenzwert, Verhältnis, Entwicklung, Primzahl, Höhepunkt, Unendlichkeit, Vorbild, Diagonale, Lehrsatz, Entdeckung, Beweis, Rauminhalt, Wert, Methode, Wissenschaft, Schrift, Vorstellung, Gesetzmäßigkeit, Definition, Körper, Ding, Struktur, Altertum.

VI. Ersetzen Sie Präsens Passiv durch Imperfekt Passiv. Übersetzen Sie die Sätze.

Beispiel: Der Punkt wird mit dem Buchstaben A bezeichnet.

Der Punkt wurde mit dem Buchstaben A bezeichnet.

1. Eine Funktion wird auch durch die Formel dargestellt.
2. Die mathematische Betrachtungsweise wird auf den einfachsten Grundbegriffen aufgebaut.
3. In dieser Theorie werden wichtige Begriffe der Veränderlichkeit von Größen betrachtet.
4. Die Lehre von den Zahlen wird in der Buchstabenrechnung verallgemeinert.
5. Die geometrische Verteilung wird in der Mathematik als

kontinuierlich bezeichnet. 6. Der Begriff des Potenzials wird aus der Mechanik auf andere Gebiete übertragen.

VII. Bilden Sie drei bejahende und drei verneinende Sätze mit man muss, man kann, man darf. Stützen Sie sich dabei auf die durchgearbeiteten Vokabeln und Redewendungen.

Text 2. David Hilbert

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

David Hilbert (23.01.1864 – 14.02.1943) wurde in Königsberg geboren. Sein Vater und sein Großvater waren Richter. Im Jahre 1885 promovierte er mit einer Dissertation über Invariantentheorie.

Nachdem er 1892 zunächst Professor in Königsberg wurde, bekam er 1895 einen Lehrstuhl in Göttingen, wo er bis zu seiner Emeritierung im Jahre 1930 blieb. Hilberts mathematische Interessen waren weit gestreut, von der Invariantentheorie über die algebraische Zahlentheorie, Grundlagen der Geometrie, Analysis bis hin zur Relativitätstheorie.



Im Jahr 1900 fand vom 6. bis 12. August der zweite internationale Mathematikerkongress statt. Der Kongress tagte in 6 Sektionen: Arithmetik und Algebra, Analysis, Geometrie, Mechanik und

Mathematische Physik, Geschichte und Bibliografie der Mathematik sowie Unterricht und Methodologie der Mathematik. An dem Kongress nahmen 226 Gelehrte aus aller Welt teil. Der damals 39-jährige Hilbert galt als einer der führenden deutschen Mathematiker und wurde gebeten, ein Grundsatzreferat in einer gemeinsamen Sitzung der 5. und 6. Sektion zu halten. Viele erwarteten von ihm, dass er in einer Art „Festrede“ zur Jahrhundertwende die großen Erfolge in der Entwicklung der Mathematik im vergangenen Jahrhundert Revue passieren lassen würde. Hilbert entschied sich jedoch ganz anders. Statt eines Rückblicks auf das vergangene Jahrhundert wagte er den kühnen Blick in die Zukunft.

Im Verlauf seines Vortrages stellte er eine Liste von 23 ungelösten mathematischen Problemen aus ganz verschiedenen Teilgebieten der Mathematik (Geometrie, Zahlentheorie, Logik, Topologie, Arithmetik, Algebra, ...) vor. Er hatte diese Probleme ausgewählt, weil sie ihm von zentraler Bedeutung zu sein schienen und weil er sich von der Lösung dieser Probleme einen wesentlichen Fortschritt auf den entsprechenden Gebieten versprach. Diese später so genannten Hilbertschen Probleme wurden zur Leitschnur ganzer Generationen von Mathematikern, und die Lösung eines jeden Problems wurde als große Leistung angesehen. Die meisten Probleme gelten heute als gelöst. Bei manchen wurde die prinzipielle Unlösbarkeit bewiesen.

Nach seinen Arbeiten zur Geometrie war sein größter Wunsch, die Widerspruchsfreiheit der elementaren Zahlentheorie zu beweisen und dadurch die Mathematik aus der Grundlagenkrise zu führen. Einige Mathematiker lehnten seine Methode zur Behebung dieser Grundlagenkrise ab. Der berühmteste Fall eines solchen unlösbaren Problems ist die

Forderung nach einem Beweis für die Widerspruchsfreiheit der Axiome der Arithmetik (Hilberts 2. Problem), eine Forderung, deren Unerfüllbarkeit durch Kurt Gödel 1930 bewiesen wurde. Um 1903 führte Hilbert, bei der Untersuchung eines Problems von Integralgleichungen, den unendlichdimensionalen euklidischen Raum ein, der heute nach ihm benannt wird.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln:

promovieren – *отримати вчений ступінь, захистити дисертацію*; die Emeritierung – *вихід на пенсію (професорів, вчених)*; gestreut – *розсіяний*; tagen – *засідати*; wagen – *зважитись, осмілитись*; kühn – *сміливий, відважний*; ungelöst – *невирішений*; die Forderung – *вимога*; die Behebung – *усунення*; ablehnen (lehnte ab, abgelehnt) – *відхиляти*; zerschlagen – *розбивати, руйнувати*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Wo und wann wurde David Hilbert geboren?
2. Wo arbeitete David Hilbert bis zu seiner Emeritierung?
3. Wie waren Hilberts mathematische Interessen gestreut?
4. Wo stellte Hilbert seine berühmte Liste von 23 Problemen vor?
5. Warum hatte er diese Probleme ausgewählt?
6. Wodurch wollte Hilbert die Mathematik aus der Grundlagenkrise führen?

IV. Setzen Sie die bestimmten Artikel in den nötigen Kasus ein.

Auf _____ 2. Internationalen Mathematikerkongreß im Jahre 1900 in Paris formulierte David Hilbert dreiundzwanzig Probleme, auf _____ als Schlüsselprobleme _____ weiteren

mathematischen Fortschritts _____ Kräfte zu konzentrieren
 seien. Es zeigte sich dann im Verlauf _____ 20. Jahrhunderts
 tatsächlich, daß Hilbert fast durchgängig Kernprobleme _____
 Mathematik genannt hatte, _____ Erforschung und Lösung
 einen großen Teil _____ Erfolge _____ Mathematik in diesem
 Jahrhundert ausmachten. Einige dieser Probleme sind noch immer
 ungelöst. Nach seinen Arbeiten zur Geometrie war sein größter
 Wunsch, _____ Widerspruchsfreiheit _____ elementaren
 Zahlentheorie zu beweisen und dadurch _____ Mathematik aus
 _____ Grundlagenkrise zu führen.

V. Lesen Sie die folgenden Substantive und bestimmen Sie, von welchen Verben sie gebildet sind. Übersetzen Sie diese Substantive.

Beispiel: die Richtung – richten.

die Behebung, die Emeritierung, die Steigung, die
 Ableitung, die Entfernung, die Rechnung, die Lösung, die
 Untersuchung, die Verwendung, die Darstellung, die Erweiterung.

VI. Ergänzen Sie die fehlenden Stammformen der starken Verben.

Infinitiv	Präsens (3. Pers.)	Imperfekt	Partizip II
			geboren
		behielt	
	findet		
bleiben			
			enthalten
		bekam	

nennen			
	zerschlägt		
		bewies	

VII. Schreiben Sie folgende Sätze im Imperfekt Passiv.

1. Die grundlegenden Methoden der Infinitesimalrechnung ... von den großen Mathematikern Leibniz und Newton ... /ausarbeiten/. 2. Die Mengenlehre ... von dem berühmten Mathematiker des 19. Jahrhundert Georg Cantor /ausarbeiten/. 3. Die Entwicklung der Mathematik ... von den praktischen Bedürfnissen der Menschheit /anregen/. 4. Nach dem Schwierigkeitsgrad der mathematischen Untersuchungen ... die elementare Mathematik von der höheren Mathematik /unterscheiden/. 5. Die algebraische Zeichensprache ... allmählich /herausbilden/.

VIII. Merken Sie sich folgende Information!

Albrecht Dürer (geboren am 21. Mai 1471 in Nürnberg, gestorben am selben Ort am 6. April 1528) ist vor allem als großer Grafiker bekannt. Jedoch hat er sich auch mit den theoretischen Grundlagen seiner Kunst auseinandergesetzt. Eines der berühmtesten magischen Quadrate ist in einem von Dürers Kupferstichen zu finden. Die Besonderheit des magischen Quadrates ist, dass die Summe aller Spalten, aller Zeilen und der beiden Diagonalen immer gleich ist.

Text 3. Georg Cantor

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Georg Cantor wurde 1845 in St. Petersburg geboren. Als er elf Jahre alt war, zog die Familie nach Deutschland; dort schloss er seine Schulbildung ab, wobei er eine große Begabung für Mathematik zeigte.

Cantor studierte 1862-1867 in Zürich, Göttingen und Berlin, unter anderem bei Leopold Kronecker, mit dem er zunächst eine freundschaftliche Beziehung hatte. Sein Traum wäre eine Stellung an der Universität Berlin gewesen, doch wurde er Professor in Halle, wo er über 40 Jahre tätig war.



Cantors Arbeiten verstießen schon früh gegen alle Grundsätze Kroneckers. Seine erste Arbeit zu Mengen erschien 1874. Sie war nicht konstruktivistisch, verwendete aktuelle Unendlichkeit und war grundlegend neu und innovativ.

Neben mathematischen und philosophischen Studien widmete er sich auch der Literaturgeschichte. So vertiefte er sich in den alten Streit über die wahre Urheberschaft der Shakespearischen Stücke und lieferte bedeutende Beiträge zur frühen Geschichte der Mathematik in Indien. Er war damit einer der ersten, die erwogen, wie sich mathematisches Wissen von einer Kultur zur anderen ausbreiten konnte, also nicht an verschiedenen Orten unabhängig erfunden wird.

In einer Arbeit aus dem Jahre 1874 bewies Cantor die Abzählbarkeit der Menge aller algebraischen Zahlen und die Nichtabzählbarkeit der Menge aller reellen Zahlen und folgte hieraus die Existenz der transzendenten Zahlen. Er benutzte dazu das noch heute nach Ihm benannte Diagonalverfahren.

Cantor zeigte 1878, dass die Ebene und allgemein der n -dimensionale Euklidische-Raum dieselbe Mächtigkeit wie die Zahlengerade haben. In dieser Angelegenheit gab es einen regen Briefwechsel mit Dedekind.

Große Verdienste erwarb sich Cantor durch die Gründung der Mathematikervereinigung, deren erster Vorsitzender er war.

II. Behalten Sie folgende Vokabeln und Ausdrücke:

ziehen (zog, gezogen) – *тягнути, відправлятись*; die Begabung – *здібність, талант*; verstoßen (gegen A) – *порушувати*; grundlegend – *основний, базовий*; die Urheberschaft – *авторство*; erwägen – *зважувати, обдумувати*; folgern – *робити висновки*; erwerben – *здобувати*; in dieser Angelegenheit – *у цій справі*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Wo und wann wurde Georg Cantor geboren?
2. Wo schloss Georg Cantor seine Schulbildung ab?
3. Wie lange war Cantor als Professor in Halle tätig?
4. Wie war seine erste Arbeit?
5. Woraus folgte der Mathematiker die Existenz der transzendenten Zahlen?
6. Wofür interessierte sich Cantor in der Literaturgeschichte?

IV. Deklinieren Sie die Adjektive in folgenden Wortverbindungen:

eine große Begabung; freundschaftliche Beziehung; der alte Streit; bedeutende Beiträge; frühe Geschichte; mathematisches Wissen; die verschiedenen Orten; alle algebraischen Zahlen; ein reger Briefwechsel.

V. Welche Wörter haben synonyme Bedeutungen? Ordnen Sie zu.

- | | |
|---------------|----------------|
| 1) verwenden | a) produzieren |
| 2) erhalten | b) anwenden |
| 3) bestimmen | c) vergrößern |
| 4) vermehren | d) gewinnen |
| 5) herstellen | e) definieren |

VI. Übersetzen Sie ins Deutsche.

1. Коли Георг Кантор навчався у школі, його сім'я переїхала до Німеччини. 2. Багато відомих математиків виявляли свій математичний талант, коли вони були ще дітьми. 3. Щоб доводити нові закони, Кантор використовував свої власні методи. 4 Щоб знати як поширювалось математичне знання, потрібно вивчати історію розвитку математики в різних країнах. 5. Перша робота Кантора, яка з'явилась у 1874, не була конструктивістською, проте була новаторською.

VII. Finden Sie im Text die Satzgefüge und bestimmen Sie die Art der Nebensätze!

VIII. Welche Namen der Gelehrten sind im Zusammenhang mit den Fortschritten der Mathematik zu nennen? Wählen Sie den Wissenschaftler, von dessen Leistungen Sie besonders begeistert sind und kommentieren Sie Ihre Stellungnahme. Schreiben Sie einen kurzen Vortrag über diesen Gelehrten. Notieren Sie Ihre Meinung in den Sätzen:

1. Ich finde / meine / glaube / denke, dass
2. Ich bin der Meinung / Ansicht, dass
3. Meiner Meinung nach
4. Ich habe den Eindruck / das Gefühl, dass
5. Man könnte meinen / glauben / annehmen, dass

THEMA III. DIE VIER GRUNDRECHNUNGSARTEN

Text 1. Zahlen

1. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Die bekannten Zahlenzeichen (Ziffern) 1, 2, ..., 9 sind der Beginn der Folge der *natürlichen* Zahlen. Ihre Einheit ist 1. Jede folgende Zahl ist um die Einheit größer als die vorhergehende. Bildlich stellen wir die Folge der natürlichen Zahlen auf einer geraden Linie wie folgt dar: Von einem Punkt 0, der von dem Punkt 1 um die Einheitslänge entfernt liegt, tragen wir nach rechts Punkte im Abstand von jeweils einer Einheitslänge voneinander auf. Die Punkte bezeichnen wir mit 1, 2, ..., 9, 10, ...: es sind die Bildpunkte der natürlichen Zahlen (Bild 1).

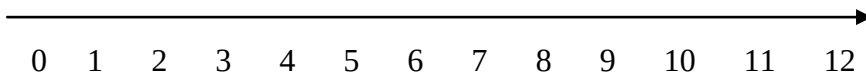


Bild 1

Die natürlichen Zahlen beginnen mit 1 und wachsen unbeschränkt, da jede noch so große Zahl um eine Einheit erhöht werden kann. Dieses grenzlose Wachsen der Folge der natürlichen Zahlen deuten wir mit dem Symbol ∞ (unendlich) an; 1, 2, 3, ..., ∞ .

Das dekadische Zahlensystem

Obwohl es unbegrenzt viele natürlichen Zahlen gibt, werden alle diese Zahlen mit Hilfe von nur zehn Symbolen, nämlich den Ziffern 1 bis 9 (den sogenannten arabischen Ziffern) und der Null dargestellt.

Beispiele:

Die Zahl Siebenunddreißig wird durch die Ziffern 3 und 7 dargestellt: 37.

Die Zahl Neun wird durch die Ziffer 9 dargestellt: 9.

Die Zahl Zweihundertsechs wird durch die Ziffern 2 und 6 und die Null dargestellt: 206.

Diese Schreibweise der Zahlen beruht auf der Verwendung eines *Stellenwertsystems*, und zwar des von den Indern erfundenen Zehnersystems; daher wird es *dekadisches* Zahlensystem (griech. „deka“, zehn) oder Dezimalsystem (lat. „decem“, zehn) genannt. Jeder Ziffer ist durch die Stelle, die sie innerhalb der Zahl einnimmt, ein bestimmter Wert, ihr *Stellenwert*, zugeordnet. Dabei ist der Stellenwert der weiter links stehenden Ziffer immer das Zehnfache der rechts von ihr stehenden Ziffer. Die Bildung dieses Systems war jedoch nur durch das Einführen eines Lückenzeichens - der Null - möglich. In Zahlen wie 206, 700 oder 0,03 steht die 0 als Zeichen für den fehlenden Stellenwert.

Jeder Ziffer ist also durch die Stelle, an der sie steht, ein bestimmter Wert zugeordnet. Für die Zahl 5406 gilt $5000 + 400 + 0 + 6$: 5 Tausender (T) + 4 Hunderter (H) + 0 (keine) Zehner (Z) + 6 Einer (E).

Wäre nicht jeder Ziffer ein Stellenwert zugeschrieben, so müsste man schreiben: 5T 4H 0Z 6E.

II. Behalten Sie folgende Vokabeln und Ausdrücke:

die Folge – послідовність; die Einheit – одиниця; der Abstand – відстань; unbeschränkt – необмежений; erhöhen – підвищувати, збільшувати; deuten – тлумачити, пояснювати; die Schreibweise – форма запису, стиль написання; der Inder – індієць; der Stellenwert – розряд числа; einnehmen – займати.

III. Beantworten Sie die folgenden Fragen.

1. Wie viel verschiedene Ziffern gibt es?
2. Woraus kann man jede natürliche Zahl bilden?
3. Darf man mit unendlich wie mit einer Zahl rechnen?
4. Wie können die natürlichen Zahlen veranschaulicht werden?
5. Ist die Zahl 153 556 eine natürliche Zahl?
6. Wie werden die natürlichen Zahlen dargestellt?
7. Worauf beruht die Schreibweise der Zahlen?
8. Wie wird das von Indern erfundene Zehnersystem genannt?
9. Was ist jeder Ziffer durch ihre Stelle innerhalb der Zahl zugeordnet?
10. Wodurch war die Bildung des Dezimalsystems möglich?

IV. Setzen Sie die Sätze ins Präsens Passiv.

1. Die Zahlen stellt man bildlich durch Punkte mit einer geraden Linie dar. 2. Man kann jede natürliche Zahl aus den zehn verschiedenen Ziffern 0, 1, 2, ..., 9 bilden. 3. Von einem Punkt 0 trägt man nach rechts Punkte im Abstand von beliebig gewählter, gleicher Länge auf. 4. Die aufeinanderfolgenden Punkte bezeichnet man der Reihe nach mit 1, 2, 3, 4, 5, ...

V. Finden Sie im Text die Satzgefüge und bestimmen Sie die Art der Nebensätze.

VI. Nennen Sie die ukrainischen Äquivalente für folgende Fachbegriffe.

die Zahl, das Zählen, ganzzahlig, das Zahlensystem, die Zahlentheorie, die Zahlenfolge, zahllos, das Zahlenpaar, die Zahlenmenge, die Bruchzahl, reelle Zahlen, imaginäre Zahlen, komplexe Gesamtzahlen.

VII. Übersetzen Sie ins Deutsche.

1. Кожне наступне число більше на одиницю за попереднє. 2. Всі натуральні числа можуть бути представлені за допомогою тільки десяти символів. 3. Спосіб написання цифр базується на застосуванні позиційної системи обчислення. 4. Безкінечність натуральних чисел вказується символом – ∞ . 5. Утворення позиційної системи обчислення стало можливим завдяки введенню нуля.

VIII. Merken Sie sich folgende Information!

Die Unendlichkeit (∞) fasziniert die Menschen schon seit der Antike. Erst seit Mitte des 19. Jahrhunderts gibt es aber eine bis heute unangefochten gültige Theorie dazu, die von Georg Cantor, dem "Erfinder" der Mengenlehre, entwickelt wurde. Damals stieß er auf den erbitterten Widerstand bei den meisten Fachkollegen. Nach Cantor kann man die Unendlichkeiten vergleichen, es gibt "größere" und "kleinere" (aber keine "größte"). Dieses Gebiet der Mathematik hält viele Überraschungen bereit. Ein Beispiel: es ist bekannt, dass genauso viele Punkte auf einer Geraden wie auf einer Ebene liegen.

Text 2. Die Addition und die Subtraktion.

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Die Addition ist die erste Grundrechenart. Beispiel: $3 + 4 = 7$ $a + b = c$ (gelesen: a plus b gleich c).

Die Symbole a und b (3 und 4) heißen *Summanden*, der Ausdruck $a + b$ ($3 + 4$) heißt *Summe*, das Symbol c (7) heißt Wert der Summe. Meist wird aber auch c kurz als Summe bezeichnet, so daß also unter Summe sowohl der links vom Gleichheitszeichen stehende Ausdruck, die Additionsaufgabe, als auch das Ergebnis zu verstehen ist. Das wichtigste Gesetz der Addition ist das kommutative Gesetz (lat. commutare, austauschen):

Der Wert einer Summe ist unabhängig von der Reihenfolge der Summanden.

Mit anderen Worten: Summanden sind vertauschbar.

$$3 + 4 = 4 + 3 \quad a + b = b + a$$

Von diesem Gesetz machen Sie oft bei der Addition mehrerer Zahlen Gebrauch. Sie berechnen z.B. zweckmäßig $18 + 47 + 32 = 18 + 32 + 47 = 50 + 47 = 97$, weil es einfacher ist, zunächst 18 und 32 und dann erst zur Summe dieser beiden Zahlen 47 zu addieren.

Die Subtraktion ist die zweite Grundrechenart. Sie ist die Umkehrung der Addition und steht mit ihr auf gleicher Stufe. Man kann die Zahl b von der Zahl a subtrahieren:

$$a - b = c \text{ (gelesen: } a \text{ minus } b \text{ gleich } c \text{)}.$$

$$\text{Beispiel: Aus } 5+3=8 \text{ folgt } 8-3=5.$$

$$\text{Aus } a + b = c \text{ folgt } c - b = a.$$

Das Symbol c (8) heißt *Minuend*, das Symbol b (3) *Subtrahend*, der Ausdruck $c - b$ ($8 - 3$) heißt *Differenz*. Das Symbol a (5) heißt *Wert der Differenz* oder ebenfalls kürzer Differenz. Minuend und Subtrahend dürfen nicht vertauscht werden:

$a - b \neq b - a$ (gelesen: a minus b ungleich b minus a).

$$6 - 2 = 4 \quad 2 - 6 \neq 4$$

Die Probe auf die Richtigkeit einer Subtraktion besteht in einer Addition und wird durchgeführt, indem man zum Ergebnis der Subtraktion, also der Differenz, den Subtrahenden addiert. Als Ergebnis, d.h. als Summe, erhält man den Minuenden. Beispiel:

Aus $8 - 3 = 5$ folgt $5 + 3 = 8$.

Aus $c - b = a$ folgt $a + b = c$.

Da Addition und Subtraktion entgegengesetzte Rechenarten sind, heben sich die Addition und die Subtraktion der gleichen Zahl auf.

Beispiel: $14 + 2 - 2 = 14$; $a + b - b = a$.

Addition und Subtraktion können in einer Aufgabe nebeneinander vorkommen. Solche Ausdrücke werden als "gemischte Ausdrücke" bezeichnet.

Beispiel: $3 - 1 + 2 + 7 - 5 = 6$ $a - b + c + d - c = f$.

II. Behalten Sie folgende Vokabeln und Ausdrücke:

die Addition – додавання; das Gleichheitszeichen – знак рівності; die Subtraktion – віднімання; die Umkehrung – обернення; ebenfalls – також; entgegengesetzt – протилежний; sich aufheben – взаємно знищуватись; durchführen – проводити, виконувати.

III. Beantworten Sie die folgenden Fragen.

1. Wie nennt man die Zahlen, die man addiert?

2. Wie heißt das Ergebnis einer Additionsaufgabe?
3. Was darf man bei einer Additionsaufgabe vertauschen?
4. Wie lautet das Vertauschungsgesetz?
5. Wie nennt man die Zahlen a und b in der Differenz $a - b$?
6. Wie heißt das Symbol c bei einer Subtraktionsaufgabe?
7. Worin besteht die Probe auf die Richtigkeit einer Subtraktion?
8. Unter welcher Bedingung ist der Wert einer Differenz positiv?
9. Unter welcher Bedingung ist der Wert einer Differenz negativ?

IV. Finden Sie im Text den Nebensatz mit der Konjunktion "indem" und beachten Sie seine Übersetzung!

V. Erkennen Sie in dieser Buchstabenschlange die Sätze aus dem Text. Markieren Sie Wortgrenzen.

1. Derwerteinersummeistunabhängigvonderreihenfolgedersummanden.
2. Vondiesemgesetzmachensieoftbeideradditionmehrererzahlengebrauch.
3. Diesubtraktionistdieumkehrungderadditionundstehtmitihraufgleicherstufe.
4. Additionundsubtraktionkönnenineineraufgabenebeneinandervorkommen.

VI. Finden Sie im Text deutsche Äquivalente. Bilden Sie die Sätze mit diesen Wortverbindungen.

перша арифметична дія; значення суми; послідовність доданків; друга арифметична дія; перевірка на правильність; зменшуване і від'ємник; протилежні арифметичні дії; змішані вирази; віднімати число.

VII. Lösen Sie die folgenden Aufgaben!

1) An einem Werkstück der Massenproduktion sind in Fließarbeit sieben Arbeitsgänge erforderlich, die sich auf drei Arbeitskräfte verteilen. **A** erledigt 2 Arbeitsgänge in 3 und 6 Minuten, **B** 3 Arbeitsgänge in 4, 3 und 2 Minuten und **C** 2 Arbeitsgänge in 5 und 5 Minuten. Ist diese Arbeitsteilung in Ordnung?

2) Wie kann man $3 + m + 4 + n$ einfacher schreiben?

VIII. Erzählen Sie den folgenden Witz nach!

Ein Mathematiker, ein Physiker, ein Ingenieur und ein Lehrling sollen $1+1$ ausrechnen.

Der Lehrling zählt an seinen Fingern ab: Ein Finger und noch ein Finger macht zwei Finger, also ist $1+1=2$.

Der Ingenieur zieht einen Taschenrechner aus seiner Brusttasche und gibt ein $1 + 1$ und erhält 2, also ist $1+1=2$.

Der Physiker setzt sich hin, nimmt ein Blatt Papier, rechnet ein wenig und kommt zu dem Ergebnis $1,9 \pm 10\%$.

Der Mathematiker verzieht sich in sein Kämmerchen und kommt nach ein paar Tagen zurück, wobei er stolz verkündet, dass das Problem nicht lösbar ist.

Text 3. Die Multiplikation und die Division.

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Die dritte Grundrechenart, die Multiplikation, ist eine verkürzte Addition gleicher Summanden.

$$\text{B e i s p i e l : } 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \cdot 3 = 15$$

$$a + a + a + a + a = 4 \cdot a = 4a$$

Man bezeichnet deshalb die Multiplikation als eine Rechenart höherer, nämlich zweiter Stufe.

Wenn man eine Zahl a n -mal addiert, so schreibt man dafür: $n \cdot a = c$ (gelesen: n mal a gleich c). In der Multiplikationsaufgabe $n \cdot a = c$ sind a und n *Faktoren*. Wenn man die Zahl a mit der Zahl n multipliziert, erhält man als Ergebnis ein *Produkt*. Der Wert eines Produktes ist null, wenn ein Faktor null ist.

Ein Rechteck ist ein Viereck mit vier rechten Winkeln. Ein rechter Winkel ist ein Winkel von 90° . In einem Rechteck gibt es je zwei gleich lange Seiten. Der Flächeninhalt eines Rechtecks ist gleich dem Produkt aus den Seiten a und b .

$$F = a \cdot b$$

In dieser Formel bedeuten F den Flächeninhalt und die Faktoren a und b die Seiten des Rechtecks.

Es gilt bei der Multiplikation das kommutative Gesetz:

Der Wert eines Produkts ist unabhängig von der Reihenfolge der Faktoren: Mit anderen Worten: Faktoren sind vertauschbar.

$$3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 \quad a \cdot b = b \cdot a$$

Das kommutative Gesetz wird besonders bei Produkten aus mehreren Faktoren angewandt.

B e i s p i l : Statt $3 \cdot 4 \cdot 21 \cdot 25$ rechnen Sie $(3 \cdot 21) \cdot (4 \cdot 25) = 63 \cdot 100 = 6300$.

Bei einer Multiplikationsaufgabe sind die Faktoren bekannt, und man berechnet das Produkt. Bei einer Divisionsaufgabe sind der Wert des Produkts und ein Faktor gegeben, der andere Faktor soll berechnet werden.

Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.

Für $b \cdot c = a$ schreibt man $a : b = c$, (*gelesen: a dividiert durch b gleich c; a geteilt durch b gleich c; a durch b gleich c*).

Die allgemeine Erklärung der Division lautet:

Man dividiert eine Zahl a durch eine Zahl b , indem man feststellt, wie oft (c) man b von a subtrahieren kann ($a : b = c$).

In dem allgemeinen Ausdruck $a : b = c$ heißt a der *Dividend*, b der *Divisor*; c , das Ergebnis der Division, heißt *Quotient*. Durch null darf man nicht dividieren, weil es keine Zahl gibt, die mit null multipliziert a ergibt. Die Division durch null ist nicht definiert. Wenn die Divisionsaufgabe $a : b$ eine Lösung haben soll, muss man voraussetzen, dass b ungleich null ist.

Unser allgemeiner Ausdruck $a : b = c$ umfasst die ganzen Zahlen, nämlich für die Fälle, in denen die Division aufgeht. Die Division ist es nicht, z.B. ergibt $4 : 12$ keine ganze Zahl.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

das Rechteck – *прямокутник*; der Winkel – *кут*; angewandt – *прикладний*; der Flächeninhalt – *площа*; der Faktor – *множник*; das Produkt – *добуток*; feststellen – *встановлювати, визначати*; der Dividend – *ділене*; der Divisor – *дільник*; der Quotient – *частка*; voraussetzen – *припускати*; ergeben (a, e) – *складати, давати*.

III. Beantworten Sie folgende Fragen.

1. Aus wieviel Faktoren besteht das Produkt $x \cdot y \cdot z$?
2. Unter welchen Bedingungen ist der Wert eines Produkts null?
3. Darf man bei einem Produkt die Faktoren vertauschen, ohne dass sich der Wert des Produkts ändert?
4. Wie lautet das kommutative Gesetz bei der Multiplikation und wo wird es besonders aufgewandt?
5. Wie nennt man die Glieder der Divisionsaufgabe $a : b = c$?
6. Was ist bei einer Divisionsaufgabe gegeben und was soll berechnet werden?
7. Wie lautet die allgemeine Erklärung der Division?
8. Warum darf man mit null nicht dividieren?
9. Was muss man voraussetzen, damit eine Divisionsaufgabe ein endliches Ergebnis hat?

IV. Finden Sie im Text die Satzgefüge und bestimmen Sie die Art der Nebensätze.

V. Bilden Sie die Verben von folgenden Substantiven. Bilden Sie dann mit diesen Verben die Fragesätze und lassen Sie einander diese Fragen beantworten.

Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Logarithmus, Potenz.

VI. Deklinieren Sie die Adjektive in folgenden Wortverbindungen:

die dritte Grundrechenart, eine verkürzte Addition, zweite Stufe, diese beiden Zahlen, ein rechter Winkel, diese

Formel, das kommutative Gesetz, mehrere Faktoren, die allgemeine Erklärung.

VII. Übersetzen Sie ins Deutsche.

1. Так як множення – це скорочене додавання однакових доданків, його визначають як арифметичну дію другого рівня. 2. Значення добутку дорівнює нулю, коли один множник дорівнює нулю. 3. Прямокутник – це чотирикутник з чотирма прямими кутами, в якому кожні дві сторони рівні. 4. При множенні обидва множники відомі і вираховують добуток, а ділення – це обернення дія до множення. 5. На нуль ділити не можна, тому що при множенні на нуль ми отримуємо нуль.

VIII. Die Aufgabe zur Unterhaltung!

Sie haben vor sich sieben Zeilen mit Ziffern in natürlicher Folge:

$$1\ 2\ 3 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 = 1$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 = 1$$

Ohne die Ziffernfolge zu ändern, setzen Sie zwischen sie Zeichen der arithmetischen Grundrechnungsarten, so dass sich als Resultat dieser Rechenoperationen in jeder Zeile 1 ergibt. Die Rechenoperationen muss man von links nach rechts durchführen, dabei kann zum Beispiel eine Addition vor einer Multiplikation stehen. Wie Sie wissen muss man in solchem Falle Klammern setzen. Sie können auch aus zwei benachbarten Zahlen eine zweistellige Zahl machen. Suchen Sie die Lösung, in der alle vier Grundrechnungsarten verwendet werden.

THEMA IV. BRÜCHE

Text 1. Gemeine Brüche. Dezimalbrüche

1. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Jedes Zahlensystem muss mit nichtganzen Zahlen umgehen können. Bruchzahlen basieren auf dem Konzept von Teilen eines Ganzen.

Man kann jeden Quotienten als *gemeinen Bruch* darstellen:

$3 : 4 = 3/4$ (*gelesen*: drei durch vier gleich drei Viertel). In dem Bruch $3/4$ ist 3 *der Zähler* und 4 *der Nenner*. Der Zähler eines Bruches entspricht dem Dividenten und der Nenner des Bruches dem Divisor einer Divisionsaufgabe. Zwischen dem Zähler und dem Nenner steht der Bruchstrich.

Beim Kürzen eines Bruches dividiert man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl.

$4/3$ ist der reziproke Wert des Bruches $3/4$. Man bildet den reziproken Wert eines Bruches, indem man Zähler und Nenner vertauscht.

Man kann jeden gemeinen Bruch als *Dezimalbruch* oder *Dezimalzahl* darstellen.

$$1/10 = 0,1 \text{ (null Komma eins)}$$

$$1/4 = 0,25 \text{ (null Komma fünfundzwanzig oder null Komma zwei fünf)}$$

$$1/8 = 0,125 \text{ (null Komma einhundertfünfundzwanzig oder null Komma eins zwei fünf)}$$

Wenn man den gemeinen Bruch $1/3$ als Dezimalbruch darstellt, erhält man einen unendlichen periodischen

Dezimalbruch mit der Periode 3. Endliche sowie unendliche periodische Dezimalbrüche sind rationale Zahlen. Man kann jede rationale Zahl durch einen gemeinen Bruch darstellen.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

der gemeine Bruch – *простий дріб*; basieren (auf D.) – *ґрунтуватися, базуватися*; der Zähler – *числівник*; der Nenner – *знаменник*; der Dezimalbruch – *десятковий дріб*; der reziproke Wert – *обернена величина*; umgehen (mit D.) – *обходитись*.

III. Beantworten Sie folgende Fragen.

1. Welche Namen haben Dividend und Divisor bei einem Bruch?
2. Wie bildet man den reziproken Wert eines Bruches?
3. Wie kürzt man einen Bruch?
4. Als was für eine Zahl kann man jeden gemeinen Bruch darstellen?
5. Welche Dezimalbrüche sind rationale Zahlen?
6. Wodurch kann man jede rationale Zahl darstellen?
7. Welche Dezimalbrüche kann man als gemeine Brüche darstellen?

IV. Bilden Sie drei bejahende und drei verneinende Sätze mit man muss, man kann, man darf. Stützen Sie sich dabei auf die Vokabeln und Redewendungen aus dem Text.

V. Bilden Sie Satzgefüge mit der Konjunktion "indem"!

Beispiel: Man bildet den reziproken Wert eines Bruches.

Man vertauscht Zähler und Nenner.

Man bildet den reziproken Wert eines Bruches, indem man Zähler und Nenner vertauscht.

1. Man kürzt einen Bruch. Man dividiert Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl.
2. Man addiert Brüche mit gleichen Nennern. Man addiert die Zähler und dividiert das Ergebnis durch den gemeinsamen Nenner.
3. Man multipliziert zwei Brüche miteinander. Man dividiert das Produkt der Zähler durch das Produkt der Nenner.
4. Man dividiert einen Bruch durch einen zweiten Bruch. Man multipliziert den ersten Bruch mit dem reziproken Wert des zweiten Bruches.
5. Man bildet aus einem gemeinen Bruch einen Dezimalbruch. Man dividiert den Zähler durch den Nenner.

VI. Merken Sie sich folgende Antonyme!

Die ganze Zahl – der Bruch; reell – imaginär; rational – irrational; endlich – unendlich; periodisch – unperiodisch; gerade Zahlen – ungerade Zahlen.

VII. Lösen Sie die folgenden Aufgaben!

1. Eine Kältemaschine soll 75°C Kälte erzeugen, die Temperatur kommt aber nur auf $\frac{1}{3}$ dieser Kälte. Wie hoch ist die Temperatur?
2. Ein Zahnrad mit 90 Zähnen bewegt ein Zahnrad mit 450 Zähnen. Wie oft umdreht sich das zweite Zahnrad, wenn sich das erste einmal umdreht?

VIII. Merken Sie sich folgende Information!

Figuren und Körper

Beim *Quadrat* sind alle Seiten gleich lang.

Beim *Rechteck* sind die gegenüberliegenden Seiten gleich lang.

Beim *Würfel* sind alle Seiten gleich lang.

Beim *Quader* haben nur die gegenüberliegenden Seiten die gleiche Länge.

Wie heißen diese Körper?



Quader



Pyramide



Kugel



Zylinder



Kegel



Würfel

Text 2. Runden

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Wird mit Dezimalbrüchen multipliziert bzw. dividiert, so entsteht im Ergebnis eine mehr oder weniger große Anzahl von Dezimalstellen, die vielfach keinen praktischen Wert haben. Man bricht deshalb den Dezimalbruch an einer bestimmten Stelle ab, d.h., man rundet entsprechend der geforderten Genauigkeit die

Dezimalbrüche auf eine bestimmte Stellenzahl auf oder ab. Das gilt natürlich auch für unendliche Dezimalbrüche.

Werfen wir erst einmal einen ganz kurzen Blick auf die Regeln zum Runden:

1. *Abrunden* heißt, dass die letzte Stelle, die noch angegeben werden soll, unverändert bleibt. Es wird abgerundet, wenn dieser Stelle noch eine 0, 1, 2, 3, oder 4 folgt.

B e i s p i e l e : $2,12 \approx 2,1$; $6,343 \approx 6,3$; $8,2738 \approx 8,27$

2. *Aufrunden* heißt, dass die letzte Stelle, die noch angegeben werden soll, um 1 erhöht wird. Es wird aufgerundet, wenn dieser Stelle noch eine 6, 7, 8 oder 9 folgt.

B e i s p i e l e : $2,17 \approx 2,2$; $6,369 \approx 6,37$; $8,2738 \approx 8,28$

3. Sonderregeln für die 5 als erste weggelassene Stelle:

a) Folgen dieser 5 noch von Null verschiedene Zahlen, so wird die letzte angegebene Stelle aufgerundet.

B e i s p i e l e : $3,14159 \approx 3,142$; $4,35001 \approx 4,4$.

b) Folgen dieser 5 nur Nullen oder ist es eine 5 unbekannter Herkunft, dann wird so gerundet, dass die letzte angegebene Stelle zu einer geraden Zahl wird.

B e i s p i e l e : $1/16 = 0,0625 \approx 0,062$; $3\frac{3}{4} = 3,75 \approx 3,8$.

c) Ist bekannt, dass eine 5 durch Aufrunden entstanden ist, so wird abgerundet; ist sie aber durch Abrunden entstanden, so wird aufgerundet.

B e i s p i e l e : Aus 6,3149 wird 6,315 und führt zu 6,31; Aus 4,1652 wird 4,185 und führt zu 4,19.

Eine als letzte Stelle beim Runden entstehende Null darf nicht weggelassen werden, da durch ihr Mitschreiben ausdrücklich gesagt wird, dass zu dieser Dezimalstelle die Zahl genau ist und dass die durch das Runden entstandene Ungenauigkeit 5 Einheiten der nächsten Dezimale nicht übersteigt.

B e i s p i e l e : 3,702 auf 2 Stellen gerundet: 3,70

0,269050 auf 4 Stellen gerundet: 0,2690

Die angeführten Rundungsregeln gelten auch beim Runden von ganzen Zahlen, nur mit dem Unterschied, dass man an die Stelle der nicht mehr benötigten Ziffern grundsätzlich Nullen setzen muss. Dann ist aber nicht zu erkennen, bis zu welcher Stelle die Zahl noch genau ist. Man trennt daher noch die Zehnerpotenzen ab und kann dann in der Dezimalzahl die Nullen weglassen, die eine nicht vorhandene Genauigkeit vortäuschen würden.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

bzw. *скор. від* beziehungsweise – *або, відповідно*; brechen (brach, gebrochen) – *ламати, розбивати*; d.h. *скор. від* das heißt – *тобто*; die Genauigkeit – *точність*; das Abrunden – *округлення*; das Aufrunden – *округлення до більшого*; angeben – *вказувати*; übersteigen – *перевищувати*; vortäuschen – *симулювати*.

III. Antworten Sie auf die Fragen zum Text!

1. In welchem Fall ist das Runden der Dezimalbrüche nötig?
2. Was heißt den Dezimalbruch auf- oder abrunden?
3. Sind für das Runden bestimmte Regeln festgelegt?
4. In welchem Fall wird der Dezimalbruch abgerundet?
5. In welchem Fall wird der Dezimalbruch aufrundet?
6. Erklären Sie das Abrunden oder Aufrunden einer 5 an den Beispielen!
7. Gelten die angeführten Rundungsregeln auch für die ganzen Zahlen? Mit welchem Unterschied?

IV. Finden Sie im Text und schreiben Sie die Verben mit den trennbaren Präfixen aus. Konjugieren Sie diese Verben im Präsens.

V. Deklinieren Sie die Adjektive in folgenden Wortverbindungen:

große Anzahl, kein praktischer Wert, eine bestimmte Stelle, die geforderte Genauigkeit, unendliche Dezimalbrüche, die letzte angegebene Stelle, unbekannte Herkunft, die angeführten Rundungsregeln, benötigte Ziffern.

VI. Finden Sie im Text deutsche Äquivalente. Bilden Sie die Sätze mit diesen Wortverbindungen.

Мати практичне значення; нескінченні десяткові дроби; правила округлення; залишатись незмінним; округлення цілих чисел; множити, або ділити десяткові дроби.

VII. Lösen Sie die folgenden Aufgaben.

1. Runden Sie die folgenden Zahlen auf zwei Dezimalen: 3,759; 2,842; 4,8529; 4,2852; 79,2850; 5,27501.

2. Runden Sie auf Hunderter genau: 3269; 3249; 3252; 3250; 3350.

3. Lösen Sie die Divisionsaufgaben, und runden Sie auf drei Stellen hinter dem Komma: a) $2,5 : 154$; b) $0,284 : 0,359$; c) $628 : 4,57$.

VIII. Erzählen Sie den folgenden Witz nach.

Ein Mathematiker, ein Physiker und ein Ingenieur ...
... werden eingesperrt. Am ersten Tag bekommen sie alle drei eine Konservendose mit Fleisch zum Essen, die aber nicht geöffnet ist.

Nach einer Stunde kommt der Wärter, um zu sehen, wie die drei mit dem Problem fertig geworden sind.

In der ersten Zelle sieht er den Ingenieur schlafen, die leere Dose auf dem Tisch und daneben ein Stein. Aha, denkt sich der Wärter, der hat sich ein Werkzeug hergestellt und die Dose so aufgemacht. Gut.

In der zweiten Zelle sitzt der Physiker gerade am Essen, und die ganzen Wände sind zerkratzt. Auch gut, denkt der Wärter, der hat die Dose solange an die Wand gefeuert, bis sie defekt war.

In der letzten Zelle sitzt der Mathematiker vor seiner Dose und murmelt: "Angenommen, die Dose wäre offen ..."

THEMA V. GLEICHUNGEN

Text 1. Die Lösung einer algebraischen Gleichung (Allgemeines)

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Eine Gleichung ist eine Beziehung, die die Gleichheit zweier Zahlenausdrücke darstellt. Die beiden Zahlenausdrücke bilden die *S e i t e n d e r G l e i c h u n g*.

Wir haben in der Arithmetik bereits vielfach das Gleichheitszeichen verwandt, nicht aber den Begriff Gleichung benutzt. Die Proportion $a : b = c : d$ oder $a/b = c/d$ ist eine Gleichung zwischen zwei gleichen Verhältnissen. Wir lesen "a verhält sich zu b wie c zu d".

Alle diese mathematischen Ausdrücke, die aus zwei Zahlgrößen und einem Gleichheitszeichen bestehen, sind eine bestimmte Art von Gleichungen, nämlich identische Gleichungen. Wir können sie allgemein so erklären: *I d e n t i s c h e* Gleichungen sind Gleichungen, deren beide Seiten auf Grund der Rechengesetze gleich sind. Aus der Vielzahl der uns bekanntgewordenen mathematischen Ausdrücke greifen wir wahllos als Beispiele identischer Gleichungen heraus:

$$3 \cdot 4 : 3 = 4 \quad / \quad ab : a = b$$

$$\text{Aus } 3 : 4 = 1/3 : 4/9 \quad / \quad a : b = c : d \text{ folgt}$$

$$3 \cdot 4 / 9 = 4 \cdot 1 / 3 ; 4 / 3 = 4 / 3 \quad | \quad a d = b c$$

$$(20 + 3) = 20 + 120 + 3 = 529 \quad | \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Unser Umgang mit diesen identischen Gleichungen hat uns also gelehrt, welche Rechenoperationen wir mit Zahlgrößen

vornehmen können, ohne deren Wert zu ändern, dass also ihr Wert nach der Operation dem Wert vor der Operation "gleich ist".

Die beiden anderen Arten von Gleichungen, die eine große Rolle bei Rechenoperationen mit Zahlengrößen spielen, sind die Bestimmungsgleichungen und die Funktionsgleichungen. *Bestimmungsgleichungen* sind Gleichungen, bei denen aus den gegebenen Beziehungen zu bekannten Größen der Wert einer oder mehrer Zahlgrößen bestimmt werden soll. Die zu bestimmenden Zahlgrößen werden "*Unbekannte*" genannt und gewöhnlich mit, den letzten Buchstaben des Alphabets (x, y, z) bezeichnet. Mit Hilfe der Rechengesetze können wir die Werte der Unbekannten bestimmen. Diesen Vorgang nennen wir *Auflösen* der Gleichung. Haben wir die Werte der Unbekannten bestimmt und setzen sie in Bestimmungsgleichung ein, so wird diese zu einer identischen Gleichung.

Wir unterscheiden nach der Anzahl der Unbekannten Gleichungen mit *einer* Unbekannten, z.B. $3 + x = 7$, *zwei* Unbekannten, z.B. $3x = 9y$, $x + y = 4$, *drei* und *mehr* Unbekannten und nach der höchsten vorkommenden Potenz der unbekannten Gleichungen *ersten* Grades (*lineare Gleichungen*), z.B. $ax = b$, *zweiten* Grades (*quadratische Gleichungen*),

z.B. $x^2 - 11x + 10 = 0$, *dritten* Grades (*kubische Gleichungen*), z.B. $x^3 + x^2 - 5x = 2$, oder $x^2y + x - 5y = 1$, *n-ten* Grades.

II. Behalten Sie folgende Vokabeln und Ausdrücke:

die Beziehung – *відношення*; die Gleichung – *рівняння*; bereits – *вже*; das Verhältnis – *співвідношення, пропорція*; ein

Beispiel herausgreifen – *привести пример наглядно*;
vornehmen – *проводити*.

III. Beantworten Sie folgende Fragen

1. Was bildet die Seiten der Gleichung?
2. Was ist eine Proportion?
3. Was sind identische Gleichungen?
4. Welche Arten von Gleichungen gibt es noch?
5. Was sind Bestimmungsgleichungen?
6. Wie kann man die Werte der Unbekannten bestimmen? Wie nennt man diesen Vorgang?
7. Unter welcher Bedingung wird die Bestimmungsgleichung zu einer identischen Gleichung?

IV. Finden Sie im Text die Satzgefüge mit Attribut-, Objekt- und Bedingungssätzen. Beachten Sie ihre Übersetzung.

V. Gruppieren Sie folgende Substantive nach dem Geschlecht.

Gleichheit, Zusammenbruch, Proportion, Gegensatz, Vorgang, Komma, Gleichung, Leistung, Sachverhalt, Fläche, Dezimalsystem, Beitrag, Grad, Zahl, Anfang, Entwicklung, Folge, Grenzwert, Lösung, Verbindung, Potenz.

VI. Ergänzen Sie die fehlenden Stammformen der starken und unregelmäßigen Verben.

Infinitiv	Präsens (3. P.)	Imperfekt	Partizip II
lesen			
	verhält		
		bestand	
			gegriffen
	wird		
können			
			genannt
		zog	
finden			

VII. Suchen Sie im Text die Infinitivgruppe "ohne ... zu + Infinitiv" und das "Partizip I mit zu als Attribut". Beachten Sie Übersetzung dieser grammatischen Erscheinungen!

VIII. Merken Sie sich folgende Information.

Euklid bewies, dass es beliebig viele Primzahlen gibt. Gäbe es nur 10.000 Primzahlen, so könnte man sie miteinander malnehmen und noch 1 addieren. Jeder Teiler dieser riesigen Zahl ist von den 10.000 "Eingabezahlen" verschieden, denn die können ja kein Teiler sein (es bleibt der Rest 1). Da aber jede Zahl einen Teiler hat, der Primzahl ist, heißt das: Wer eine endliche Anzahl von Primzahlen liefert, kann damit mindestens eine weitere finden. Der Primzahlvorrat ist also nicht endlich.

Text 2. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Die charakteristische Form der Gleichung ersten Grades mit einer Unbekannten ist die sogenannte *Normalform*: $ax + b = 0$. Darin ist x die einzige Unbekannte und steht in der ersten Potenz (im ersten Grade). Jede Gleichung ersten Grades mit einer Unbekannten kann auf die Normalform gebracht werden. Ihre Auflösung ist $ax = -b$, $x = -b/a$.

Da eine Gleichung mit einer im Gleichgewicht befindlichen Waage vergleichbar ist, können Sie wie bei dieser auf beiden Seiten gleiche Größen hinzufügen (addieren) oder wegnehmen (subtrahieren), ohne das Gleichgewicht (die Gleichheit) zu stören. Beispiel: Eine Waage befindet sich im Gleichgewicht. Auf der linken Seite befinden sich ein Gewicht von unbekannter Größe und ein Gewicht von 50g, auf der rechten Seite befindet sich ein Gewicht, von 500g. Die Gleichung lautet also $x + 50g = 500g$. Die Waage bleibt im Gleichgewicht, wenn wir links und rechts gleiche Gewichte wegnehmen. Die Gleichung bleibt deshalb richtig, wenn wir links und rechts zugleich 50g subtrahieren:

$$x + 50g - 50g = 500g - 50g$$

Die Lösung lautet

$$\underline{x = 450g}$$

Probe:

$$x + 50g = 500g$$

$$450g + 50g \mid 500g$$

$$500g = 500g$$

Da Sie noch nicht wissen, ob die berechnete Lösung richtig ist, trennen Sie zunächst beide Seiten der Gleichung durch einen

senkrechten Strich. Ist die Lösung richtig, dann wird in der letzten Zeile der Probe das Gleichheitszeichen gesetzt, im anderen Falle das Zeichen für ungleich $\neq$.

Bei allen Umformungen zum Lösen von Gleichungen wird ein einziges Gesetz angewendet. Das ist das **Grundgesetz der Gleichungslehre**: Eine Gleichung bleibt richtig, wenn man auf beiden Seiten die gleiche Rechenart mit dem gleichen Zahlenwert ausführt. Da bei linearen Gleichungen die Bindung der Unbekannten an bekannte Zahlenwerte nur durch die vier Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division) erfolgt, lauten die speziellen Regeln für das Rechnen mit linearen Gleichungen: Eine Gleichung bleibt richtig, wenn man auf beiden Seiten *gleiche Zahlenwerte subtrahiert,*

gleiche Zahlenwerte addiert,

durch gleiche Zahlenwerte dividiert oder

mit gleichen Zahlenwerten multipliziert.

II. Behalten Sie folgende Vokabeln und Ausdrücke:

das Gleichgewicht – *рівновага*; vergleichbar – *зіставний, порівнянний*; senkrecht – *вертикальний*; die Umformung – *зміна форми*; die Bindung – *з'єднання*.

III. Beantworten Sie die folgenden Fragen.

1. Was ist die charakteristische Form der Gleichung ersten Grades mit einer Unbekannten?
2. Kann jede Gleichung ersten Grades mit einer Unbekannten auf die Normalform gebracht werden? Wie ist ihre Auflösung?
3. Womit ist eine Gleichung vergleichbar?
4. Wie ist zu prüfen, ob die berechnete Lösung richtig ist?

5. Welches Gesetz wird bei allen Umformungen zum Lösen von Gleichungen angewendet? Wie lautet es?
6. Wie lauten die speziellen Regeln für das Rechnen mit linearen Gleichungen?

IV. Bilden Sie mit folgenden Wörtern Sätze im Imperfekt Passiv.

1. die Gleichung, die Studenten, lösen, schnell, von. 2. A, die Menge, bezeichnen, die Zahl, mit. 3. das Gesetz, der Student, leicht, von, beweisen. 4. mit, bestimmen, die unbekannten Größen, Hilfe, die Gleichungen. 5. in, ausführen, die algebraischen Gleichungen, algebraische Rechenoperationen, nur.

V. Deklinieren Sie die Adjektive in folgenden Wortverbindungen:

die charakteristische Form, eine Unbekannte, die erste Potenz, beide Seiten, unbekannte Größe, gleiche Gewichte, ein senkrechter Strich, der besondere Fall, alle solchen Umformungen, lineare Gleichungen, die speziellen Regeln.

VI. Suchen Sie im Text die Sätze mit dem erweiterten Attribut und die Satzgefüge. Beachten Sie die Übersetzung.

VII. Lösen Sie die folgenden Aufgaben.

1. Verändern Sie Zähler und Nenner des Bruches $\frac{1}{3}$ mit einer gesuchten Zahl so, dass der Bruch den Wert $\frac{4}{5}$ erhält!
2. Zählen Sie zu einer Zahl 20 hinzu und ziehen Sie von dieser Summe die fünffache Zahl ab, so erhalten Sie Null. Wie heißt die Zahl?

3. Der 4. und der 5. Teil einer Zahl ergeben zusammen 45. Wie heißt die Zahl?

4. Erraten einer Zahl. Jemand denke sich eine Zahl. Man lasse ihn diese mit 2 malnehmen, 4 dazuzählen, die errechnete Zahl durch 2 teilen und die gedachte Zahl davon abziehen. Man behaupte, dass Ergebnis sei 2. Warum ist das immer richtig?

VIII. Übersetzen Sie den folgenden Text ohne Wörterbuch.

Zusammenfassung

In einer Gleichung dürfen die Seiten vertauscht werden. Alle Umformungen von Gleichungen erfolgen durch Anwendung des Grundgesetzes der Gleichungslehre:

Eine Gleichung bleibt richtig, wenn man auf beiden Seiten die gleiche Rechenart mit dem gleichen Zahlenwert ausführt.

Oder zur Verkürzung des Rechnungsweges anders ausgedrückt: In einer Gleichung kann eine Größe von der einen Seite auf die andere Seite der Gleichung gebracht werden, indem man ihr dort das Zeichen der entgegengesetzten Rechenart gibt.

Die Schritte beim Lösen einer Gleichung sind:

1. Die Glieder ordnen.
2. Die gleichartigen Glieder zusammenfassen.
3. Die Unbekannte isolieren.

Klammern, in denen die Unbekannte steht, sind in der Regel vorher aufzulösen.

Text 3. Gleichungen zweiten Grades mit einer Unbekannten

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

In jeder Gleichung zweiten Grades oder *quadratischen Gleichung* kommt die Unbekannte x in der zweiten Potenz vor. Jede vollständige quadratische Gleichung kann auf die Form $ax^2 + bx + c = 0$ gebracht werden, wobei $a > 0$, also positiv, eingerichtet werden kann. Es heißen ax^2 das quadratische Glied, bx das lineare Glied, c das absolute Glied.

B e s o n d e r e F ä l l e :

Ist $b = 0$, so vereinfacht sich die obige allgemeine Form auf die *reinquadratische Gleichung*

$ax^2 + c = 0$, $x^2 = -c/a$, $x_{1;2} = \pm \sqrt{-c/a}$, und wir führen ein:

$x_1 = +\sqrt{-c/a}$; $x_2 = -\sqrt{-c/a}$.

Die beiden Werte von x heißen die Wurzeln der Gleichung, sie sind reell und entgegengesetzt, wenn $c < 0$ (Wert unter dem Wurzelzeichen wird positiv), sie sind imaginär und entgegengesetzt, wenn $c > 0$ (Wert unter dem Wurzelzeichen wird negativ).

Die Gleichung dürfen wir nicht etwa durch x dividieren, denn x könnte ja Null sein, und das Dividieren durch Null ist unzulässig! $x(ax + b)$ kann nur dann Null sein, wenn einer der beiden Faktoren Null ist. Also ist entweder $x = 0$ oder $ax + b = 0$, d.h. $x = -b/a$. Die beiden Wurzeln der Gleichung sind daher

$$x_1 = 0 \quad \text{und} \quad x_2 = -b/a.$$

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

vollständig – *повний, остаточний*; entgegengesetzt – *протилежний*; die Wurzel der Gleichung – *корінь рівняння*; imaginär – *явний*; unzulässig – *неприпустимий*.

III. Beantworten Sie die folgenden Fragen.

1. Auf welche Form kann jede vollständige quadratische Gleichung gebracht werden?
2. Wie heißen die Glieder einer quadratischen Gleichung?
3. Welche Gleichung entsteht, wenn $b = 0$?
4. Wie heißen die beiden Werte von x ?
5. Wie sind die Wurzeln, wenn $c > 0$ ist?
6. Wie sind die Wurzeln, wenn $c < 0$ ist?
7. Welche Gleichung haben wir, wenn $c = 0$ ist?
8. Warum darf man die Gleichung durch x nicht dividieren?

IV. Finden Sie im Text die Sätze mit dem Verb im Infinitiv Passiv und beachten Sie ihre Übersetzung!

V. Leiten Sie von den Verben Substantive ab. Notieren Sie diese mit dem bestimmten Artikel:

zählen	entwickeln	bilden
rechnen	liefern	gleichen
potenzieren	berichten	ziehen
einführen	gründen	erfinden
darlegen	dividieren	erklären

VI. Suchen Sie im Text die Satzgefüge mit den Bedingungssätzen und beachten Sie die Wortfolge im konjunktionslosen Satz und dessen Übersetzung.

VII. Übersetzen Sie ins Deutsche.

1. При рішенні рівняння використовуються три кроки. 2. Квадратний, лінійний і абсолютний члени називають членами квадратного рівняння. 3. Рівняння не може бути ділене на x . 4. Обидві сторони рівняння розділяються вертикальною рискою. 5. Дужки, в яких знаходиться невідоме, мають бути спочатку відкриті.

VIII. Merken Sie sich folgende Information.

Immer mal wieder wird ein "absolut sicheres System" angeboten, um im Lotto oder beim Roulette zu gewinnen. Um den Zufall zu überlisten, müsste man aber entweder in die Zukunft sehen können oder unendlich reich sein und ein Casino finden, bei dem man beliebig lange spielen kann und das beliebig hohe Einsätze akzeptiert. Für alle anderen aber gibt es keine Möglichkeit: Das wurde bereits in den vierziger Jahren des vorherigen Jahrhunderts - der ersten Blütezeit der Wahrscheinlichkeitstheorie - vom amerikanischen Mathematiker Joseph Doob bewiesen. Heute nutzen Mathematiker bei Banken die damals entwickelten Methoden, um die Risiken von Finanztransaktionen und die "richtigen" Preise für Optionsgeschäfte zu berechnen. Der Zufall ist indes nicht zu überlisten.

THEMA VI. POTENZIEREN. RADIZIEREN. LOGARITHMIEREN

Text 1. Potenzieren

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Die Potenz a^n (gelesen: a hoch n) ist, wenn n eine natürliche Zahl bedeutet, ein Produkt aus n gleichen Faktoren. $a^n = b$ bedeutet: die Basis a wird mit dem Exponenten n potenziert, und man erhält den Potenzwert b .

Beim Potenzieren darf man Basis und Exponenten nicht vertauschen, denn $a^n \neq n^a$.

Geometrisch bedeutet a^2 den Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seite a , deshalb liest man für " a hoch zwei" auch " a Quadrat". a^3 bedeutet das Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge a , und man liest auch " a Kubik".

Beim Potenzieren ermitteln wir aus der Basis und dem Exponenten die Potenz, was wir jetzt in der Form $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$ / $b^n = a$ schreiben wollen. Wenn wir die Ausdrücke von rechts nach links lesen, dann entstehen zwei neue Aufgaben. Eine davon ist folgende. Ist die Potenz 9 bzw. a bekannt und außerdem der Exponent 2 bzw. n , so erkennen wir, dass 9 bzw. a das Produkt aus 2 bzw. n gleichen Faktoren von der Größe 3 bzw. b ist, die bei der Potenzrechnung Basis genannt wurden.

Ist der Exponent null, ergibt sich als Potenzwert definitionsgemäß eins, unabhängig vom Wert der Basis.

Es gilt also: $a^0=1$

Manchmal gibt es Probleme bei der Auflösung von Potenzen, bei denen die Basis negativ ist:

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

An dieser Stelle muss man auf sein mathematisches Vorwissen zurückgreifen. Man erinnert sich vielleicht an folgende Regeln: Bei der Multiplikation zweier Zahlen mit gleichem Vorzeichen (+,+ oder -,-) erhält man eine positive Zahl, bei der Multiplikation zweier Zahlen mit unterschiedlichen Vorzeichen (+,- oder -,+) erhält man eine negative Zahl.

Für Potenzen lassen sich demnach zwei einfache Regeln ableiten:

- Handelt es sich bei der Basis um eine negative Zahl und ist der Exponent ungerade, ergibt sich als Ergebnis eine negative Zahl.
- Handelt es sich bei der Basis um eine negative Zahl und ist der Exponent gerade, ergibt sich als Ergebnis eine positive Zahl.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

die Potenz – *піднесення до степеня*; die Basis – *основа степеня*; der Exponent – *показник степеня*; ermitteln – *добувати, визначати*; das Vorwissen – *попередні знання, досвід*; zurückgreifen – *повернутися, вдатися до*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Was ist eine Potenz?
2. Was erhält man, wenn man a mit n potenziert?
3. Warum darf man beim Potenzieren Basis und Exponenten nicht vertauschen?
4. Welche zwei Regeln funktionieren für Potenzen?
5. Was darf man beim Potenzieren nicht vertauschen?

IV. Kreuzen Sie an. Was ist richtig, was ist falsch?

- 1) Die Potenz ermittelt man aus der Basis und dem Exponenten. R F
- 2) a^2 bedeutet den Flächeninhalt eines Würfels mit der Seite a . R F
- 3) Wenn der Exponent null ist, ergibt sich als Potenzwert null. R F
- 4) Die Potenz beschreibt einen mathematischen Ausdruck, bei dem eine Zahl mehrmals mit sich selber dividiert. R F
- 5) Sowohl a als auch n können negative oder positive Werte annehmen. R F

V. Merken Sie sich folgende Information!

Im 17. Jahrhundert machte der französische Hobbymathematiker Pierre de Fermat folgende Beobachtung: Es gibt Quadratzahlen, die sich zu einer Quadratzahl addieren. So ist etwa $3^2 + 4^2 = 5^2$ ($a^n + b^n = c^n$). Doch es gibt keine Beispiele mit Kubikzahlen ($n=3$) oder noch höhere Potenzen ($n>3$). Fermat vermutete, dass dies grundsätzlich unmöglich ist. Doch erst der Engländer Andrew Wiles konnte das "Fermatproblem" auch beweisen.

Text 2. Radizieren

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Eine Zahl a mit einer Zahl n radizieren oder die n -te Wurzel aus a ziehen heißt, die Zahl b bestimmen, die mit n potenziert, a ergibt. a heißt der Radikand, n heißt der Wurzelexponent, $\sqrt[n]{a}$ heißt die n -te Wurzel aus a , b ist der Wert dieser Wurzel.

Die 2. Wurzel heißt auch Quadratwurzel; der Exponent 2 wird in der Regel nicht geschrieben. Die 3. Wurzel heißt, auch Kubikwurzel.

Ebenso wie unter den 3 Größen 2, 4 und 8 / a , b und c etwa die Beziehungen $2 \cdot 4 = 8$ und $8:4 = 2$ / $a \cdot b = c$ und $c:b = a$ bestehen, so gelten unter 2, 4 und 16 / a , b und n die Beziehungen $4^2 = 16$ und $\sqrt{16} = 4$ / $b^n = a$ und $\sqrt[n]{a} = b$.

Das Radizieren ist die Umkehrung des Potenzierens; Potenzieren und Radizieren mit dem gleichen Exponenten heben einander auf:

$$(\sqrt[2]{16})^2 = 4^2 = 16 \text{ und } (\sqrt[n]{a})^n = a \text{ und } \sqrt[2]{4} = \sqrt{16} = 4 / \sqrt[n]{a^n} = a.$$

Das Radizieren von Wurzeln wird oft genutzt, um Wurzelterme teilweise auszurechnen oder zu vereinfachen. Dabei wendet man die oben genannte Regel rückwärts an:

$$8\sqrt{16} = 2 \cdot 4\sqrt{16} = 2\sqrt{4}\sqrt{16} = 2\sqrt{2}$$

Dazu muss man nur den Wurzelexponenten als ein Produkt aus zwei geeigneten Zahlen schreiben und aus der Wurzel eine Doppelwurzel machen. Das macht natürlich nur dann Sinn, wenn man die innere Wurzel ausrechnen kann.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

Das Radizieren – *добування кореня*; der Radikand – *нідокореневий вираз*; der Wurzelexponent – *показник кореня*; vereinfachen – *спрощувати*; der Wurzelterm – *кореневий вираз*; aufheben – *відмінити, скасовувати*; geeignet – *придатний*; anwenden – *застосовувати, використовувати*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Was wird als Radizieren bezeichnet?
2. Was heißt die n -te Wurzel aus a ziehen?
3. Wie heißt a , n und b beim Radizieren?
4. Welche Beziehungen bestehen unter den drei Größen a , b und n ?
5. Heben Potenzieren und Radizieren mit dem gleichen Exponenten einander auf? Wie wird das gezeigt?

IV. Was passt zusammen? Kombinieren Sie.

- | | |
|----------------|----------------|
| 1) aufheben | a) Exponenten |
| 2) Beziehungen | b) potenzieren |
| 3) geeignete | c) ausrechnen |
| 4) Wurzelterme | d) einander |
| 5) Zahl | e) bestehen |
| 6) gleiche | d) Zahlen |

V. Bestimmen Sie von welchen Verben die folgenden Substantive gebildet sind, übersetzen Sie diese Verben.

Muster: die Verwendung – verwenden – використовувати;
die Ableitung, die Entfernung, die Lösung, die Beziehung,
die Untersuchung, die Darstellung, die Erweiterung.

VI. Übersetzen Sie die Wortverbindungen ins Deutsche:

операція обчислення; корінь другого степеня; протилежна математична операція; кубічний корінь; алгебраїчний вираз; округлювати числа; три величини; підносити число в степінь; від'ємний показник степеня; використовувати експоненти.

Text 3. Logarithmieren

I. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Beim Potenzieren wurde festgestellt, dass Basis und Exponent einer Potenz a^n nicht vertauscht werden dürfen. Deshalb sind zwei Umkehrungen des Potenzierens möglich. Löst man die Gleichung $a^n = b$ statt nach der Basis a nach dem Exponenten a auf, so kommt man auf den Logarithmus: $n = {}^a\log b$ (gelesen: n gleich Logarithmus von b zur Basis a).

Dabei muss $a > 0$ und ungleich 1 sein.

Setzt man in die Gleichung $a^n = b$ den gefundenen Ausdruck $n = {}^a\log b$ ein, so erhält man die Definition des Logarithmus $a^{{}^a\log b} = b$.

Logarithmus ist also nur eine andere Bezeichnung für Exponent. Für das logarithmische Rechnen sind folgende Beziehungen besonders wichtig:

1) Wenn der Numerus gleich 1 ist, dann ist der Wert des Logarithmus stets null: ${}^a\log 1 = 0$. Das folgt aus der Beziehung $a^0 = 1$.

2) Wenn der Numerus gleich der Basis ist, erhält man als Wert des Logarithmus 1: ${}^a\log a = 1$, denn es ist $a^1 = a$.

3) Der Logarithmus von null existiert im Endlichen nicht, denn es gibt keine endliche Zahl n , mit der man die Basis potenzieren kann, um null zu erhalten.

4) Logarithmen von negativen Zahlen sind im Bereich der reellen Zahlen nicht definiert.

Logarithmen sind, wie die meisten Wurzeln, irrationale Zahlen. Man kann sie deshalb im Allgemeinen nur als unendliche nichtperiodische Dezimalzahlen darstellen.

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

der Numerus – *логарифмоване число*; endlich – *кінечний*;
die Basis – *основа*; natürlicher Logarithmus – *натуральний логарифм*;
dekadischer Logarithmus – *десятковий логарифм*;
die Logarithmentafel – *таблиця логарифмів*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Warum gibt es für das Potenzieren zwei Umkehrungen?
2. Was erhält man, wenn man die Gleichung $a^n = b$ nach dem Exponenten n auflöst?
3. Wofür ist Logarithmus eine andere Bezeichnung?
4. Was muss man über die Basis eines Logarithmus voraussetzen?
5. Welche Werte haben die Logarithmen von 1 und von 10 zur Basis 10?
6. Warum existiert der Logarithmus von null im Endlichen nicht?
7. Für welche Numeri sind die Logarithmen im Bereich der reellen Zahlen definiert?
8. Was für Zahlen sind die meisten Logarithmen?

IV. Lösen Sie die folgenden Aufgaben, und bilden Sie zu jedem Ergebnis einen Satz.

Ziehen Sie die Quadratwurzel aus $-a^2$!

Ziehen Sie die dritte Wurzel aus $-x^3$!

Ziehen Sie die Wurzel aus a^2b^2 !

V. Benutzen Sie bei der Beantwortung der Frage "indem".

Wie berechnet man die Quadratwurzel aus einer negativen Zahl? ($\sqrt{-a} = \sqrt{a}$).

VI. Lösen Sie die folgenden Aufgaben.

1. Schreiben Sie 1 000 000; 25 000 000; $1/200$; $9/10\,000$ in Zehnerpotenzen!

2. Welche ist die größte Zahl, die man mit zwei Ziffern schreiben kann?

3. a) Welche der drei Größen des Ausdrucks $a^n = b$ wird gesucht beim 1. Potenzieren; 2. Radizieren; 3. Logarithmieren?

b) Wie wird der Ausdruck bei 1., 2., 3. dann geschrieben?

4. Wie groß ist der Logarithmus von b in Bezug auf die Basis a , wenn $a = 3$ und $b = 27$;

$a = 0,5$ und $b = 0,0625$;

$a = 10$ und $b = 100$?

THEMA VII. RUND UM DIE MATHEMATIK

Text 1. Altes Rätsel um die 42 gelöst

1. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Einfache Gleichung - schwieriges Problem: Welche drei dritten Potenzen addieren sich zu 42? Die Lösung dieser Aufgabe beendet eine 65 Jahre dauernde Suche.

Mit Hilfe geballter globaler Rechenkraft haben zwei Mathematiker das Geheimnis der 42 gelüftet – und jene drei Kubikzahlen gefunden, die sich zu dieser wohl berühmtesten zweistelligen Zahl addieren. Damit ist eine Frage geklärt, die die Mathematikwelt seit 65 Jahren beschäftigt: Kann man alle natürlichen Zahlen bis 100 als Summe dreier Kubikzahlen darstellen? Als Gleichung ausgedrückt: $x^3 + y^3 + z^3 = n$. Diese als eine der diophantischen Gleichungen bekannte Beziehung ist seit der Antike bekannt – doch erst, als Mitte der 1950er Jahre elektronische Rechenmaschinen aufkamen, wurde es realistisch, die Kubikzahl-Summanden beliebiger natürlicher Zahlen zu finden.

Die einfach erscheinende Aufgabe hat nämlich einen kleinen Haken. Anders als die Quadratzahlen können Kubikzahlen auch negativ sein, und damit steigen die Möglichkeiten ins Unermessliche – so ist 20 zwar noch die Summe von 1^3 , $(-2)^3$ und 3^3 , aber für die 30 muss man schon $(-283\,059\,965)^3$, $(-2\,218\,888\,517)^3$ und $2\,220\,422\,932^3$ addieren. Dennoch hatten Fachleute und Amateure nach und nach mit Hilfe von Computern und modernen Algorithmen für alle Zahlen bis 100 die

entsprechenden drei Kubikzahlen gefunden – mit Ausnahme der 33 und der 42. Diese Zahlen ließen sich mit dem bisherigen, im Jahr 2000 vom Harvard-Mathematiker Noam Elkies entwickelten Verfahren nicht knacken.

2019 schließlich entwickelte der Mathematiker Andrew Booker von der University of Bristol einen neuen Algorithmus. Damit überwältigte er binnen drei Wochen die 33 auf dem universitätseigenen Supercomputer, nicht aber die 42. Um ihr zu Leibe zu rücken, entschied Booker, brauchte er die Rechenleistung eines globalen Netzwerks – und jemandem, der damit umgehen konnte. Er rekrutierte Andrew Sutherland vom MIT, einen Fachmann für massiv parallele Berechnungen, bei denen unzählige Computer gleichzeitig Teilaufgaben des Problems bearbeiten.

Die Computer lieferte die „harithy Engine“ – eine Organisation, die freie Rechenleistung von Privatrechnern bündelt und für rechenintensive Projekte vermietet. Doch auch mit über einer halben Million beteiligten Rechnern war der Erfolg keineswegs garantiert, schließlich war es durchaus möglich, dass die Zahlen x , y und z jeweils 50 oder noch mehr Stellen hatten. Insofern ist es tatsächlich Glück, dass der Algorithmus schon nach einer Million Rechenstunden eine Antwort ausgab. Sie lautet: $42 = (-80\,538\,738\,812\,075\,974)^3 + 80\,435\,758\,145\,817\,515^3 + 12\,602\,123\,297\,335\,631^3$.

Die nächsten Aufgaben warten allerdings schon. Im Zahlenraum bis 1000 gibt es zehn Zahlen, für die noch keine drei Kubikzahl-Summanden bekannt sind.

<https://www.spektrum.de/news/altet-raetsel-um-die-42-geloest/1671940>

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

geballt – *зосереджений*; lüften – *провітрювати*;
diophantische Gleichungen – *діофантові рівняння*; einen kleinen Haken haben – *мати маленьку проблему*; unermesslich – *безмірний*; knacken – *розколювати, гризти*; überwältigen – *долати*; bündeln – *з'єднувати*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Wie lange wurde die Lösung des alten Rätsels um die 42 gesucht?
2. Womit haben zwei Mathematiker das Geheimnis der 42 gelüftet?
3. Welche Gleichung drückt diese alte Frage aus?
4. Wodurch sind die diophantischen Gleichungen bekannt?
5. Warum steigen die Möglichkeiten mit Kubikzahlen ins Unermessliche?
6. Wer hat die entsprechenden drei Kubikzahlen für alle Zahlen bis 100 gefunden?
7. Was hat Andrew Booker 2019 entwickelt?
8. Wofür vermietet die Organisation „Harity Engine“ die Computer?

IV. Deklinieren Sie die Adjektive in folgenden Wortverbindungen:

die nächsten Aufgaben; freie Rechenleistung; ein neuer Algorithmus; ein globales Netzwerk; parallele Berechnungen; ein kleiner Haken; zweistellige Zahl; die diophantische Gleichung; moderne Algorithmen; die negativen Kubikzahlen.

V. Ergänzen Sie die fehlenden Stammformen der Verben.

Infinitiv	Präsens (3. P.)	Imperfekt	Partizip II
suchen			
		fand	
	steigt		
			gegriffen
bearbeiten			
			entschieden
	nennt		
ausgeben			
		entsprach	

Text 2. Mathematische Entdeckung dank “The Big Bang Theory“

1. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Eine Aussage von Sheldon Cooper in der beliebten Fernsehserie bringt Zahlentheoretiker ins Grübeln – und führt dazu, dass sie eine neue Eigenschaft von Primzahlen entdecken.

Die 73. Folge der US-Sitcom “The Big Bang Theory“ ist für Mathematiker schon länger eine besondere: „Welches ist die beste Zahl, die bekannt ist?“, fragt Sheldon Cooper darin an einer Stelle. „Es ist die 73“, sagt der geniale, aber wenig lebensstaugliche Physiker letztlich selbst.

Sheldons Begründung ist ein Fest für Zahlenfans: „73 ist die 21. Primzahl, ihre Spiegelzahl – die 37 – die 12., und deren

Spiegelzahl (die 21) ist das Produkt der Multiplikation von – haltet euch fest: 7 und 3.“ Was bei den anderen Seriencharakteren und vielen Zuschauern für Lacher sorgte, brachte professionelle Mathematiker ins Grübeln: Gibt es noch mehr so genannte Sheldon-Primzahlen, die genau solche Eigenschaften teilen?

Der Zahlentheoretiker Carl Pomerance vom Dartmouth College in New Hampshire hat nun zusammen mit seinem Kollegen Christopher Spicer vom Morningside College in Iowa eine Antwort gefunden: Die 73 sei tatsächlich die einzige Primzahl, welche die von Sheldon genannten Kriterien erfüllt, schreiben die Forscher in einer im “American Mathematical Monthly“ erscheinenden Veröffentlichung.

Schon kurz nach der Ausstrahlung der “The Big Bang Theory“ - Folge im Jahr 2015 definierte Spicer, zusammen mit zwei Kollegen, eine Sheldon-Primzahl als die n . Primzahl p_n , für die das Produkt ihrer Ziffern n ist und deren Spiegelzahl $\text{rev}(p_n)$ die $\text{rev}(n)$. Primzahl $p_{\text{rev}(n)}$ ergibt. Etwas verständlicher ausgedrückt, bedeutet das für die xyz . Primzahl $abcd$: Einerseits ergibt $a \cdot b \cdot c \cdot d = xyz$, und außerdem ist $dcba$ die zyx . Primzahl. Als die drei Forscher die ersten zehn Millionen Primzahlen auf diese Eigenschaften hin prüften, stellten sie fest, dass nur die 73 beide gleichzeitig erfüllt. Daraufhin äußerten sie die Vermutung, dass es bloß diese eine Sheldon-Primzahl gibt.

Der endgültige Beweis von Pomerance und Spicer ließ dann aber noch Jahre auf sich warten. In einem ersten Schritt zeigten die beiden Mathematiker, dass es keine Sheldon-Primzahl geben kann, die größer als 10^{45} ist. Zu diesem Schluss kommen sie dank dem berühmten Primzahlsatz aus dem Jahr 1896, der die Mindestanzahl aller Primzahlen in einem bestimmten Zahlenintervall angibt. Tatsächlich kann die Bedingung, dass das

Produkt aller Ziffern einer Sheldon-Primzahl p_n die Zahl n ergibt, für Zahlen größer als 10^{45} nicht mehr erfüllt werden. Denn in einem solchen Fall ist die Anzahl n der Primzahlen in dem Intervall $[2, p_n]$ gemäß dem Primzahlsatz immer größer als das Produkt der Ziffern von p_n .

Diese Abschätzung ist der zentrale Punkt der Arbeit. Denn auch wenn 10^{45} eine unvorstellbar große Zahl ist, so ist sie dennoch endlich. Das heißt, man kann systematisch alle Primzahlen zwischen 2 und 10^{45} mit einem Computer abklappern, um nach weiteren Sheldon-Primzahlen zu suchen. Doch ganz ohne Tricks geht das natürlich nicht. Einen Algorithmus Zahlen mit 45 Ziffern untersuchen zu lassen, stellt selbst für die beste Hardware eine Herausforderung dar. Daher schränkten Pomerance und Spicer die möglichen Sheldon-Kandidaten mit Hilfe der geforderten Eigenschaften immer weiter ein, nutzten zudem Näherungsformeln, um extrem große Primzahlen durch Integrale anzunähern, und sortierten so nach und nach alle Sheldon-Anwärter aus – bis irgendwann nur noch die 73 übrig blieb.

<https://www.spektrum.de/news/sheldon-vermutung-geloest/1646656>

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

ins Grübeln bringen – *змусити задуматися*; lebenstauglich – *придатний для життя*; die Primzahl – *просте число*; der endgültige Beweis – *остаточний доказ*; Vermutung äußern – *виражати припущення*; die Abschätzung – *оцінка, визначення*; die Herausforderung – *виклик*; einschränken – *обмежувати, скорочувати*.

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Haben Sie “The Big Bang Theory“ gesehen? Wenn ja, worum geht es in dieser Serie?
2. Wie begründet Sheldon seine Idee, dass „die beste Zahl 73“ ist?
3. Wie war die Antwort von Zahlentheoretikern Carl Pomerance und Christopher Spicer bezüglich dieser Idee?
4. Auf welche Weise definierte Spicer mit seinen Kollegen eine Sheldon-Primzahl?
5. Wie viel Millionen Primzahlen haben die Forscher geprüft?
6. Welche Vermutung haben Sie daraufhin geäußert?
7. Welche Bedienung bezüglich einer Sheldon-Primzahl kann nicht mehr erfüllt werden?
8. Was nutzten Pomerance und Spicer um extrem große Primzahlen durch Integrale anzunähern?

IV. Finden Sie im Text deutsche Äquivalente. Bilden Sie Sätze mit diesen Wortverbindungen.

геніальний фізик; дзеркальне число; викликати посмішку; виражаючись зрозуміліше; знайти відповідь; висловлювати припущення; прийти до такого висновку; без хитрощів не обійтись.

V. Ergänzen Sie die Sätze frei.

1. Sie gibt jeden Monat viel Geld aus, statt ...
2. Er sieht täglich Serien, statt ...
3. Der Forscher schreibt eine Rezension, ohne ...
4. Er macht eine Analyse, um ...
5. Er begründet seine Idee, ohne ...
6. Sie arbeiteten 3 Jahre, um ...

Text 3. **Mysteriöses Primzahlen-Muster fasziniert Mathematiker**

1. Lesen Sie den folgenden Text und übersetzen Sie ihn ins Ukrainische.

Aufeinander folgende Primzahlen haben seltener gleiche Endziffern als erwartet - und das ist erst der Anfang der Merkwürdigkeiten.

Primzahlen, jene natürlichen Zahlen, die nur durch eins und sich selbst teilbar sind, gehören zu den rätselhaftesten Phänomenen der Mathematik. Sie wirken wie zufällig unter die Zahlen gestreut. Aber das stimmt nicht ganz. Immer wieder finden Enthusiasten und Fachleute seltsame Auffälligkeiten ihrer Verteilung, die auf unbekannte, verborgene Gesetzmäßigkeiten hinzudeuten scheinen.

Ein weiteres solches Muster entdeckten zwei Mathematiker von der Stanford University in Kalifornien in der ersten Milliarde Primzahlen. Wie Kannan Soundararajan und Robert Lemke Oliver berichten, haben aufeinander folgende Primzahlen deutlich seltener die gleiche letzte Ziffer, als man es nach dem Zufall erwarten könnte. Demnach sollte statistisch betrachtet jede mögliche Kombination von Endziffern in den ersten hundert Millionen Primzahlen etwa 6,25 Millionen Mal auftreten. Die „Endzifferzwillinge“ tauchen jedoch nur jeweils etwa 4,5 Millionen Mal auf.

Bemerkenswert ist nach Ansicht der beiden Wissenschaftler außerdem, dass Primzahlen bekanntermaßen zwar etwas häufiger auf 3 oder 7 enden als auf 1 oder 9. Betrachtet man die Endzifferzwillinge, ist das Verhältnis jedoch umgekehrt – die

selteneren Endziffern folgen etwa 5 Prozent öfter aufeinander. Insgesamt schwanken die Häufigkeiten der Endzifferkombinationen drastisch: Auf eine 1 folgt lediglich 5,4 Millionen Mal eine 9, während nahezu 8 Millionen Mal auf eine 9 eine 1 folgt.

Erstaunlicherweise gilt das Muster mit den selteneren Endzifferzwillingen nicht nur für das gewohnte Zehnersystem, sondern auch, wenn man andere Zahlen zur Basis nimmt. Mathematisch gesprochen sind also sowohl Primzahlpaare, die kongruent Modulo 10 sind, als auch solche, für die das Modulo 7 oder bezüglich einer beliebigen anderen Basis gilt, seltener, als die Zufallsannahme erwarten lässt. Warum das so ist, darüber können die Autoren derzeit nur spekulieren.

<https://www.spektrum.de/news/mysterioeses-primzahlen-muster-fasziniert-mathematiker/1404432>

II. Behalten Sie die folgenden Vokabeln und Ausdrücke:

die Merkwürdigkeit – *дивина*; rätselhaft – *загадковий*;
die Auffälligkeit – *особливість*; verborgen – *прихований*;
auftauchen – *виникати*; die Kongruenz – *конгруентність*;
Modulo = eine weitere Zahl

III. Beantworten Sie die Fragen zum Text.

1. Welche Zahlen gehören zu den rätselhaftesten Phänomenen der Mathematik?
2. Was entdeckten Kannan Soundararajan und Robert Lemke Oliver?
3. Wie viel Mal tauchen die „Endzifferzwillinge“ auf?
4. Auf welche Zahlen enden häufiger die Primzahlen?

5. Wie groß sein die Schwankungen der Häufigkeiten der Endzifferkombinationen?
6. Wofür gilt das Muster mit den selteneren Endzifferzwillingen noch?
7. Was ist eine Kongruenz? Was ist eine Modulorechnung?

IV. Was würden Sie tun, wenn ...? Beantworten Sie die Fragen. Verwenden Sie Konjunktiv II.

- ... wenn Sie mehr Freizeit hätten?
- ... wenn Sie Mathematiker wären?
- ... wenn es keinen Internetanschluss geben würde?
- ... wenn Sie eine neue Theorie entwickeln würden?
- ... wenn Sie die Mathematik hassen würden?
- ... wenn es keine mathematischen Methoden gäbe?

V. Formulieren Sie Kausalsätze mit „weil“.

1. Ich studiere Mathematik, weil ...
2. Mathematik ist interessant, weil ...
3. Die Sprache der Mathematik ist sehr kompakt, weil ...
4. Die Mathematik ist in allen Wissenschaften anwendbar,
weil ...
5. Mathematik ist eine riesige Wissenschaft, weil ...
6. Mathematik ist schwierig, weil ...
7. Mathematik ist wichtig, weil ...

Anhang 1.

Also, was ist Mathematik? Sind Sie damit einverstanden? Ihre Meinung bitte...

Lesen Sie diesen Artikel und diskutieren Sie mit Ihren Kollegen.

*Mathematik ist...
von Günter M. Ziegler*

Mathematik, sagt Wikipedia ...

Mathematik, sagt Wikipedia, wird “üblicherweise als eine Wissenschaft beschrieben, die durch logische Definitionen selbstgeschaffene abstrakte Strukturen mittels der Logik auf ihre Eigenschaften und Muster untersucht.” Wenn das Mathematik ist, ist Mathematik dann interessant? Ich finde: Nein! In dieser Beschreibung finde ich mich, meine Wissenschaft und meine Tätigkeit nicht wieder.

Warum tut sich Wikipedia so schwer mit der Beschreibung der Mathematik? Sicher auch deshalb, weil Mathematik so viele verschiedene Sachen gleichzeitig ist. Man könnte die genauso beliebten wie albernem “Liebe ist . . . ”-Comics ja mal durch “Mathematik ist . . . ” ersetzen: da findet sich spielend eine Serie von 52 interessanten, wahren, richtigen, bunten, vielfältigen Charakterisierungen der Mathematik, die zusammen ein Bild ergeben könnten, das dieser lebendigen Wissenschaft, diesem künstlerischen wie auch handwerklichen Fach, dieser Spielwiese, dieser Grundlage von Hochtechnologie und dieser Quelle fremder und faszinierender Welten gerecht werden könnte.

Mathematik ist ... Emotionen

Die einen lieben die Mathematik, die anderen hassen sie, fast niemand scheint ihr gleichgültig gegenüberzustehen. Ich denke aber, "die Mathematik" zu hassen, das geht eigentlich gar nicht, denn Mathematik ist so viele verschiedene Dinge, die kann man gar nicht alle hassen! Sie hassen höchstens das, was an tradierten Vorstellungen von Schulmathematik übriggeblieben ist. Laut einer Studie von drei britischen Soziologinnen aus dem Jahr 2008: "Die Ansichten der Schüler über die Mathematik enthielten einseitige und falsche Bilder, die sich oft auf Zahlen und elementares Rechnen beschränkten." Also die Bruchrechnung und der Pythagoras? Die kann und darf man hassen! "Durch logische Definitionen selbstgeschaffene abstrakte Strukturen mittels der Logik auf ihre Eigenschaften und Muster untersuchen"? Wenn das Mathematik ist, fällt auch mir das Lieben schwer.

Mathematik ist ... Kulturgut

Lange vor den Anfängen von Schrift, vor rund 22.000 Jahren, kerbt eine junge Frau in einer steinzeitlichen Siedlung am Ishango-Fluss in Zentralafrika hintereinander 11, 13, 17 und 19 Kerben in einen kleinen Knochen. Er ist das älteste Mathematik-Fundstück, das wir kennen, es wird jetzt im Naturkundemuseum in Brüssel verwahrt. Warum 11, 13, 17, 19? Sind die Zahlen Teil eines Kalenders? Oder kannte man damals schon Primzahlen? Das scheint kaum denkbar, viele tausend Jahre vor dem Anfang von Schrift. Aber Kultur beginnt mit Zahlen und Figuren, mit Mathematik. Und mit einer Mathematikerin, denn die Männer waren damals beim Jagen (wenn man ein traditionelles Rollenbild voraussetzt, aber vor 22.000 Jahren wird das wohl so gewesen sein). Wir kennen die Frau natürlich nicht, nur der Knochen mit den Primzahlen ist geblieben.

Fundstücke aus den ägyptischen und babylonischen Hochkulturen, mehrere 1000 Jahre alt, dokumentieren trickreiche Rechnungen. Spätestens seit der griechischen Antike wird Mathematik als Wissenschaft betrieben. Seitdem ist Mathematik Teil der Kultur, ihre Entwicklung eng verschränkt mit Philosophie, und Physik, mit den Fortschritten in Technologie und Wirtschaft – und heute mit praktisch allen Lebensbereichen von Biologie bis Kommunikation. (Lesetipp: Hans Wußing: “6000 Jahre Mathematik”)

Mathematik ist ... große Probleme

Die Mathematik beschäftigt sich mit großen Fragen: mit der Beschreibung des Himmels und der Erde, mit dem Lauf von Flüssigkeiten und der Vorhersage des Wetters, mit den Gesetzmäßigkeiten der Zahlen, der Geometrie, kurz, mit fast allen Aspekten unserer Welt. Und die mathematischen Probleme, die sich aus den großen Fragen ergeben, sind riesig, hartnäckig und kompliziert: Seit mehreren Jahrtausenden arbeiten „wir Mathematiker“ daran, mit gigantischen Ergebnissen und Fortschritten, teilweise nach jahrhundertelangem Kampf an ganz speziellen und immer genaueren Fragen. Und kein Ende in Sicht. Flüssigkeiten zum Beispiel kann man mit den Navier-Stokes-Gleichungen beschreiben -- das wissen wir seit mehr als 160 Jahren. Aber haben die Gleichungen auch Lösungen? Das ist eines der Millenniumsprobleme der Clay-Stiftung, mit einem Preisgeld von einer Million Dollar ausgestattet, auch deshalb allemal eine Anstrengung wert . . .

Mathematik ist ... groß

Mathematik ist eine riesige Wissenschaft, lebendig, vielfältig, aktiv. Die Anzahl der aktiven Mathematikerinnen und Mathematiker in der Forschung weltweit kann man auf 100.000

schätzen. Diese produzieren jedes Jahr mehr als 100.000 Aufsätze, die etwa in der ZBMath-Datenbank am FIZ Karlsruhe erfasst, gesichtet und begutachtet werden. Der Eindruck aus der Schule, in der Mathematik sei alles bekannt (zumindest dem Lehrer oder der Lehrerin) ist definitiv falsch. Mathematische Forschung spielt sich in vielen verschiedenen Teilgebieten ab. So wird die mathematische Forschungslandschaft nach der MSC-Klassifikation von 2010 in 63 große Forschungsfelder unterteilt und diese wiederum in über 5000 einzelne Teilgebiete. Und nur eines von diesen 63 Forschungsfeldern ist “35: Partielle Differenzialgleichungen”, und darin findet sich das Teilgebiet 35Q30 “Navier-Stokes-Gleichungen”. Eine Vielfalt steckt in dieser Wissenschaft, die von außen kaum zu sehen ist.

Mathematik ist ... schwierig

Schreckt Sie das ab? Den Mathematik-Schulstoff kann mit etwas Fleiß jeder und jede verstehen, aber die Wissenschaft ist eben sehr viel mehr. Sie wird damit auch zur Arena für Extrembergsteiger, die die höchsten Gipfel des intellektuellen Knobels erklimmen wollen, wo die Luft des Denkens wirklich dünner wird. Aber es gibt eben auch viele und vielfältige Abenteuerspielplätze. Mathematik ist schwierig? Ja, das gehört dazu! Und das kann man auch zugeben, und stolz darauf sein. Etwa wie die fränkische Modefirma René Lezard, deren Herrenanzüge zeitweilig mit “Leider teuer!” beworben wurden. Das hat nichts Apologetisches, das ist purer Stolz. Für die Mathematik bedeutet “Leider schwierig!”: Große Rätsel! Wer traut sich? Wer hat Angst? Kennedy hat in seiner berühmten Rede 1962, mit der er noch im selben Jahrzehnt einen Mann auf den Mond bringen wollte, gesagt „Wir machen die Dinge, nicht

weil sich einfach sind, sondern weil sie schwer sind“. Wer Herausforderungen sucht, wird sie in der Mathematik finden.

Mathematik ist ... wichtig

Warum gibt es eigentlich keine Mathematische Industrie, könnte man fragen, so wie es Chemische Industrie gibt? Ganz einfach, die gibt es! Mathematische Industrie müsste doch der Teil der Wirtschaft sein, in dem Waren mit mathematischen Methoden entworfen, optimiert und verkauft werden – und dazu gehören ganz klar Banken und Versicherungen, Software- und Filmindustrie, Logistik und Verkehr, auch die Automobilindustrie und die Bahn. Alles voller Mathematik! Wussten die das? In der Öffentlichkeit ist das kaum bekannt. Banken und Versicherungen haben schon lange verstanden, dass sie von den Aktuaren (Versicherungsmathematikern) abhängen. Aber in anderen Bereichen scheint die Industrie immer noch durch die Landschaft zu fahren wie Rob McKennan, der Lastwagenfahrer aus der sechsbändigen Trilogie Per Anhalter durch die Galaxis, der durch ganz Europa fährt und überall regnet es – er ist ein Regengott, aber er weiß das nicht. Mathematische Industrie, die nicht weiß, dass sie mathematische Industrie ist, nutzt auch nicht die Potenziale! Fast jeder Bereich der Mathematik trägt zu Schlüsseltechnologien bei, umgekehrt kommt kaum ein Industriebereich ohne Numerik und ohne Optimierung aus. Mathematische Methoden für Wirtschaft und Industrie liefert in Deutschland universitäre Forschung, für verschiedene Institute, Initiativen und Forschungsverbünde steht sie im Zentrum der Agenda. Mathematik ist heute überall, auch wenn sie am Ende im Produkt oft nicht sichtbar ist. Großes Kino z. B. heißt heute auch immer “viel Mathematik” drin – auch wenn gerade im Kino das Ziel ist, das *nicht* sichtbar zu machen.

Mathematik ist ... Kunst

Albrecht Dürer hat 1525 sein Geometrie-Buch publiziert, die *Unterweisung der Messung mit Zirkel und Richtscheit* – Geometrie für Künstler und Architekten. Seitdem ist klar, dass die Kunst Mathematik braucht, von Mathematik inspiriert wird – und dies auf unendlich vielfältige Weisen, die von Dürer bis in die virtuellen Welten moderner Computergraphik führen. Mathematiker beschreiben ihre Entdeckungen immer wieder mit ästhetischen Kategorien, als Objekte von großer Schönheit. Vieles davon ist Geometrie, lässt sich visualisieren, und wird zu Kunst. Gleichzeitig ist bildende Kunst immer auch Geometrie. Mathematik ist Kunst, Mathematik produziert Kunst – auf sehr vielfältige Weise. Es gibt da von Max Bill über M.C. Escher bis Victor Vasarely viel zu entdecken!

Mathematik ist ... etwas, das Menschen machen

Und zwar sehr verschiedene Menschen, die fast keine Gemeinsamkeiten haben, außer der Begeisterung für ihr Fach. Die oben zitierte Studie der drei britischen Soziologinnen beschreibt die Vorstellung britischer Schülerinnen und Schüler von Mathematikern so: “ältere, weiße Männer aus der Mittelklasse, die besessen sind von ihrem Fach, aber keine Sozialkompetenz haben und auch kein Privatleben außerhalb der Mathematik.” Kennen Sie das Klischee? Natürlich! Stimmt das? Natürlich gibt's die Nerds, die dem Klischee entsprechen, und auch die gehören zum bunten Bild der Mathematik. Aber es gibt eben genauso die Marathonläufer, die Tänzerinnen, die Köche und die Feinschmecker, die Pianisten, die Mütter und Väter, die Dichter und Denker – ein buntes Volk; und noch bunter als die Auswahl an Kinohelden, die uns Hollywood in den letzten Jahren beschert hat, wie den schizophrenen John Nash (“Beautiful mind”), den

schwulen Weltkriegshelden Alan Turing (“Enigma”) und das indische Formel-Genie Srinivasa Ramanujan (“Die Poesie des Unendlichen”) und „Hidden Figures – Unerkannte Heldinnen“ über drei afroamerikanische Mathematikerinnen, die maßgeblich am Mercury- und am Apollo-Programm der NASA beteiligt waren – alles reale Menschen mit filmreifer Biographie. Warum ist es wichtig, wie sich die Schülerinnen und Schüler einen Mathematiker vorstellen? Weil die begabten 16-Jährigen, denen Mathe schon in der Schule Spaß macht, vielleicht überlegen, ob sie später Mathematiker werden wollen. Sie brauchen zeitgemäße Vorbilder, denn Mathematik bietet jede Menge Perspektiven!

Mathematik ist ... eine Gemeinschaft

Die Deutsche Mathematiker-Vereinigung vertritt seit 1890 die Mathematikerinnen und Mathematiker in Deutschland – nicht nur Professorinnen und Professoren, sondern auch Studierende, Lehrerinnen und Lehrer, Mathematikerinnen und Mathematiker in Industrie und Wirtschaft, und viele andere, die einfach Freude an Mathematik haben und sich daher in der Aussage “ich bin Mathematiker” oder “ich bin Mathematikerin” zuhause fühlen. Herzlich willkommen in der DMV!

<https://www.mathematik.de/mathematik/was-ist-mathematik>

Anhang 2.
Testen Sie sich!
Test zum Thema I.
Zur Besonderheit der Mathematik als Wissenschaft

1. Die Mathematik ist eine _____ Wissenschaften.
 - a) des ältesten;
 - b) der älteren;
 - c) der ältesten;
 - d) den ältesten.
2. Die Mathematik ist in sich _____ Mikrokosmos.
 - a) abgeschlossener;
 - b) abgeschlossenen;
 - c) abgeschlossene;
 - d) abgeschlossenes.
3. Die _____ Objekte sind Abstraktionen.
 - a) mathematische;
 - b) mathematischen;
 - c) mathematischer;
 - d) mathematischen.
4. Eine Darstellung der in den Formeln benutzten Zeichen _____ in der Tabelle mathematischer Symbole.
 - a) findet uns;
 - b) findet sich;
 - c) findet euch;
 - d) findet er.
5. Alte Fragen werden von der modernen Wissenschaft _____.
 - a) beantwortet;
 - b) beantworten;

- c) beantwortete;
 - d) beantwortet.
6. Die Lehre von den Axiomen _____ weiter entwickelt.
- a) werden;
 - b) werde;
 - c) wird;
 - d) wirst.
7. Die Beschäftigung mit _____ galt lange Zeit als intellektuelle Spielerei ohne praktischen Nutzen.
- a) der Zahlentheorie;
 - b) den Zahlentheorie;
 - c) die Zahlentheorie;
 - d) dem Zahlentheorie.
8. Angewandte Mathematik _____ der Entwicklung neuer Methoden zur Lösung von Problemen aus anderen Gebieten.
- a) beschäftigt sich mit;
 - b) beschäftigt dich von;
 - c) beschäftigt mich für;
 - d) beschäftigt uns an.
9. Die Verwendung der Mathematik zur Lösung industrieller Probleme wird Industriemathematik _____.
- a) nannte;
 - b) genannt;
 - c) genennen;
 - d) genannte.
10. Die Grenze _____ reiner Mathematik und angewandter Mathematik ist fließend.
- a) zwischen;
 - b) gegen;
 - c) wegen;

- d) unter.
11. Newton _____ die Infinitesimalrechnung.
- a) habe ... entwickeln;
 - b) ist ... entwickelt;
 - c) hat ... entwickelt;
 - d) ist ... entwickeln.
12. Fourier hat die Grundlage ____ den modernen Funktionsbegriff gelegt.
- a) für;
 - b) zu;
 - c) bei;
 - d) in.

Test zum Thema II.

Berühmte Mathematiker und ihre Entdeckungen

1. Der Herzog von Braunschweig ermöglichte _____ Gauß sich im Collegium Carolinum in Braunschweig einzuschreiben.
- a) dem jungen;
 - b) den jungen;
 - c) des jungen;
 - d) den jungem.
2. Mit 18 Jahren hatte Gauß die 'Methode der kleinsten Quadrate' _____.
- a) gefunden;
 - b) gefunden;
 - c) fand;
 - d) fanden.
3. Jede _____ n -ten Grades hat n komplexe Lösungen.

- a) Lösung;
 - b) Prüfung;
 - c) Gleichung;
 - d) Antwort.
4. Die geometrische Verteilung wird in der Mathematik als kontinuierlich _____.
- a) bezeichnete;
 - b) bedeuten;
 - c) bezeichnet;
 - d) bedeutet.
5. Eine _____ wird auch durch die Formel dargestellt.
- a) Funktion;
 - b) Wissenschaft;
 - c) Definition;
 - d) Probe.
6. Im Jahre 1885 promovierte er _____ einer Dissertation über Invariantentheorie.
- a) mit;
 - b) von;
 - c) bei;
 - d) wegen.
7. Im Jahr 1900 fand vom 6. bis 12. August _____ internationale Mathematikerkongress statt.
- a) die zweite;
 - b) der zweite;
 - c) den zweiten;
 - d) die zweiten.
8. Die meisten Probleme gelten heute _____ gelöst.
- a) als;
 - b) wie;

- c) ob;
d) für.
9. Neben mathematischen und philosophischen Studien widmete er _____ auch der Literaturgeschichte.
- a) uns;
b) sich;
c) mich;
d) euch.
10. Grosse Verdienste erwarb sich Cantor durch die _____ der Mathematikervereinigung.
- a) Gründung;
b) Bildung;
c) Verwendung;
d) Prüfung.
11. In einer Arbeit aus dem Jahre 1874 bewies Cantor die Abzählbarkeit der Menge aller _____ Zahlen.
- a) geometrisch;
b) algebraisches;
c) algebraischen;
d) geometrisches.
12. Die algebraische Zeichensprache wurde allmählich _____.
- a) herausgebildet;
b) herausbilden;
c) herausbildet;
d) herausgebildet.

Test zum Thema III.
Die vier Grundrechnungsarten

1. Jede folgende Zahl ist um _____ größer als die vorhergehende.
 - a) die Einheit;
 - b) die Ziffer;
 - c) die Folge;
 - d) die Menge.
2. Die _____ Zahlen beginnen mit 1 und wachsen unbeschränkt.
 - a) natürliche;
 - b) natürlichen;
 - c) natürliches;
 - d) natürlicher.
3. Diese Schreibweise der Zahlen beruht _____ der Verwendung eines Stellenwertsystems.
 - a) bei;
 - b) in;
 - c) auf;
 - d) an.
4. Der Wert einer Summe ist _____ von der Reihenfolge der Summanden.
 - a) unabhängig;
 - b) abhängig;
 - c) endlich;
 - d) unendlich.
5. Die Subtraktion ist _____ Grundrechenart.
 - a) die zweite;

- b) der dritte;
 - c) den zweiten;
 - d) die dritte.
6. Die Probe auf die Richtigkeit einer Subtraktion besteht in einer _____.
- a) Summe;
 - b) Addition;
 - c) Umkehrung;
 - d) Division.
7. Man bezeichnet deshalb die Multiplikation als eine Rechenart höherer, nämlich _____.
- a) zweiter Stufe;
 - b) zweiten Stufe;
 - c) zweites Stufe;
 - d) zweite Stufe.
8. Ein Rechteck ist ein Viereck mit vier _____ Winkeln.
- a) spitzen;
 - b) stumpfen;
 - c) rechten;
 - d) schrägen.
9. Die Rechenoperationen _____ man von links nach rechts durchführen.
- a) muss;
 - b) musst;
 - c) müssen;
 - d) musse.
10. Die Division ist die _____ der Multiplikation.
- a) Form;
 - b) Umkehrung;
 - c) Addition;

- d) Probe.
11. Dieses grenzlose Wachsen der Folge _____ Zahlen deuten wir mit dem Symbol ∞ (unendlich) an.
- a) der natürlichen;
 - b) den natürlichen;
 - c) der natürlicher;
 - d) des natürlichen.
12. Die Zahl Fünfunddreißig wird durch die Ziffern 3 und 5 _____.
- a) darstellen;
 - b) darstellt;
 - c) dargestellt;
 - d) darestellen.

Test zum Thema IV.
Brüche

1. Bruchzahlen basieren _____ dem Konzept von Teilen eines Ganzen.
- a) bei;
 - b) auf;
 - c) in;
 - d) an.
2. Man kann jeden Quotienten als _____ Bruch darstellen.
- a) gemeinen;
 - b) gemeine;
 - c) gemeines;
 - d) gemeinem.

3. _____ dem Zähler und dem Nenner steht der Bruchstrich.
- a) unter;
 - b) hinter;
 - c) zwischen;
 - d) über.
4. Man _____ jeden gemeinen Bruch als Dezimalbruch darstellen.
- a) darf;
 - b) muss;
 - c) kann;
 - d) soll.
5. Man addiert Brüche mit _____ Nennern.
- a) gleichen;
 - b) ungleichen;
 - c) unendlichen;
 - d) endlichen.
6. Beim _____ haben nur die gegenüberliegenden Seiten die gleiche Länge.
- a) Rechteck;
 - b) Quader;
 - c) Quadrat;
 - d) Dreieck.
7. Es wurden die Regeln für das Runden _____.
- a) festgelegt;
 - b) festlegt;
 - c) festlag;
 - d) festlegen.
8. Die _____ Rundungsregeln gelten auch beim Runden von ganzen Zahlen.
- a) angeführte;

- b) anführtes;
 - c) angeführten;
 - d) anführte.
9. Der Student dividiert einen Bruch _____ den zweiten Bruch.
- a) durch;
 - b) wegen;
 - c) unten;
 - d) bei.
10. Er bildet den reziproken Wert_____.
- a) einen Bruches;
 - b) eines Bruches;
 - c) eines Bruchen;
 - d) einem Bruch.
11. Endliche sowie unendliche periodische Dezimalbrüche sind rationale_____.
- a) Brüche;
 - b) Zahlen;
 - c) Werte;
 - d) Größe.
12. Beim Kürzen eines Bruches _____ man Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl.
- a) addiert;
 - b) dividiert;
 - c) subtrahiert;
 - d) multipliziert.

Test zum Thema V. Gleichungen

1. Eine Gleichung ist eine _____, die die Gleichheit zweier Zahlenausdrücke darstellt.
 - a) Beziehung;
 - b) Zahl;
 - c) Form;
 - d) Größe.
2. Mit Hilfe der Rechengesetze _____ wir die Werte der Unbekannten bestimmen.
 - a) müssen;
 - b) mögen;
 - c) können;
 - d) wollen.
3. Jede Gleichung _____ mit einer Unbekannten kann auf die Normalform gebracht werden.
 - a) erstes Grades;
 - b) ersten Grades;
 - c) ersten Grade;
 - d) erstes Grade.
4. Eine Gleichung ist _____ mit einer im Gleichgewicht befindlichen Waage.
 - a) vergleichbar;
 - b) unvergleichbar;
 - c) beweisbar;
 - d) unbeweisbar.
5. Eine Waage befindet _____ im Gleichgewicht.
 - a) sich;

- b) euch;
 - c) mich;
 - d) uns.
6. Bei allen Umformungen zum Lösen von Gleichungen wird ein einziges Gesetz _____.
- a) anwendet;
 - b) angewandt;
 - c) angewendet;
 - d) anwenden.
7. Die Gleichung wurde _____ den Studenten schnell gelöst.
- a) bei;
 - b) wegen;
 - c) von;
 - d) durch.
8. In einer Gleichung dürfen die Seiten vertauscht _____.
- a) worden;
 - b) werden;
 - c) wurden;
 - d) geworden.
9. In jeder Gleichung zweiten Grades kommt die Unbekannte x _____ Potenz vor.
- a) in der zweiten;
 - b) in den zweiten;
 - c) in den zweiter;
 - d) in der zweiter.
10. Die beiden Werte von x heißen die _____ der Gleichung.
- a) Formeln;
 - b) Wurzeln;
 - c) Waagen;
 - d) Antworten.

11. Die Gleichung dürfen wir nicht etwa durch x _____, denn x könnte ja Null sein.
- a) dividieren;
 - b) subtrahieren;
 - c) multiplizieren;
 - d) addieren.
12. In einer Gleichung kann eine Größe von der einen Seite _____ die andere Seite der Gleichung gebracht werden.
- a) auf;
 - b) über;
 - c) unter;
 - d) an.

Test zum Thema VI.

Potenzieren. Radizieren. Logarithmieren.

1. Beim Potenzieren darf man Basis und Exponenten nicht vertauschen, _____.
- a) denn $a^n = n^a$
 - b) denn $a^n \neq n^a$
 - c) denn $a^n - n^a$
 - d) denn $a^n + n^a$.
2. _____ ermitteln wir aus der Basis und dem Exponenten die Potenz.
- a) Beim Potenzieren
 - b) Beim Reduzieren
 - c) Mit Reduzieren
 - d) Mit Potenzieren

3. Wenn wir die Ausdrücke von rechts nach links lesen, dann entstehen zwei _____.
- a) neue Potenzen
 - b) neuen Aufgaben
 - c) neuen Potenzen
 - d) neue Aufgaben
4. Potenzieren und Radizieren mit dem gleichen Exponenten heben einander _____.
- a) über
 - b) unter
 - c) auf
 - d) in
5. Wenn der Exponent null ist, ergibt sich als Potenzwert definitionsgemäß _____, unabhängig vom Wert der Basis.
- a) null
 - b) eins
 - c) x
 - d) zwei
6. Das Radizieren von Wurzeln wird oft genutzt, um _____ teilweise auszurechnen oder zu vereinfachen.
- a) Wurzelterme
 - b) Wurzelpotenz
 - c) Quadratwurzel
 - d) Wurzel
7. Logarithmen von negativen Zahlen sind im Bereich _____ nicht definiert.
- a) den reellen Zahlen
 - b) der imaginären Zahlen
 - c) den imaginären Zahlen
 - d) der reellen Zahlen

8. Ist der Numerus gleich eins, dann ist der Wert des Logarithmus stets _____.
a) null
b) eins
c) a^n
d) $2\sqrt{2}$
9. Beim Potenzieren dürfen Basis und Exponent einer Potenz a^n _____.
a) vertauscht werden
b) nicht vertauscht werden
c) vertauschen werden
d) nicht vertauscht werden
10. Logarithmus ist also nur eine andere _____ für Exponent.
a) Beziehung
b) Bezeichnung
c) Zahl
d) Basis
11. Logarithmen von _____ Zahlen sind im Bereich der reellen Zahlen nicht definiert.
a) negativen
b) geraden
c) negative
d) gerade
12. Logarithmen sind, wie die meisten _____, irrationale Zahlen.
a) Gleichungen
b) Wurzeln
c) Exponenten
d) Potenzen.

*Test zum Thema VII.
Rund um die Mathematik*

1. Zwei Mathematiker haben drei Kubikzahlen gefunden, die sich zu dieser wohl berühmtesten zweistelligen Zahl _____.
 - a) multiplizieren
 - b) addieren
 - c) dividieren
 - d) subtrahieren.
2. Diese als _____ diophantischen Gleichungen bekannte Beziehung ist seit der Antike bekannt.
 - a) eine der
 - b) eine des
 - c) einer der
 - d) eine dem
3. Der Mathematiker Andrew Booker von der University of Bristol _____ einen neuen Algorithmus.
 - a) reservierte
 - b) entwickelte
 - c) erlernte
 - d) hörte
4. Im Zahlenraum bis 1000 gibt es _____, für die noch keine drei Kubikzahl-Summanden bekannt sind.
 - a) acht Zahlen
 - b) zehn Zehner
 - c) acht Zehner
 - d) zehn Zahlen
5. Die 73 sei tatsächlich die einzige Primzahl, _____ die von Sheldon genannten Kriterien erfüllt.

- a) welche
 - b) welches
 - c) welchen
 - d) welchem
6. Drei Forscher äußerten die Vermutung, _____ es bloß diese eine Sheldon-Primzahl gibt.
- a) denn
 - b) aber
 - c) dass
 - d) weil.
7. Die beiden Mathematiker zeigten, dass es keine Sheldon-Primzahl geben _____, die größer als 10^{45} ist.
- a) muss
 - b) darf
 - c) soll
 - d) kann.
8. Pomerance und Spicer kommen zu diesem Schluss dank _____ Primzahlsatz.
- a) den berühmten
 - b) den berühmte
 - c) dem berühmten
 - d) des berühmten
9. Die natürlichen Zahlen, die nur durch eins und sich selbst teilbar sind, gehören _____ rätselhaftesten Phänomenen der Mathematik.
- a) zu den
 - b) bei den
 - c) an den
 - d) auf den.

10. Die aufeinander folgenden Primzahlen haben seltener die gleiche letzte Ziffer, als man es nach dem Zufall erwarten ____.
- a) möchte
 - b) könnte
 - c) müsste
 - d) dürfte.
11. Das Muster mit _____ Endzifferzwillingen gilt nicht nur für das gewohnte Zehnersystem.
- a) den selteneren
 - b) dem selteneren
 - c) den selteneres
 - d) des selteneren
12. Warum das so ist, _____ können die Autoren derzeit nur spekulieren.
- a) dagegen
 - b) dafür
 - c) danach
 - d) darüber.

Anhang 3. Mathematik mit Spaß

• *Lesen Sie Zitate und Sprüche zur Mathematik*

"Wer die Geometrie begreift, vermag in dieser Welt alles zu verstehen."

Galileo Galilei

"Die Mathematik ist eine wunderbare Lehrerin für die Kunst, die Gedanken zu ordnen, Unsinn zu beseitigen und Klarheit zu schaffen."

J. H. Fabre

"Manche Menschen haben einen Gesichtskreis vom Radius Null und nennen ihn ihren Standpunkt."

David Hilbert

"Seit die Mathematiker über die Relativitätstheorie hergefallen sind, verstehe ich sie selbst nicht mehr."

Albert Einstein

"Mach' dir keine Sorgen wegen deiner Schwierigkeiten mit der Mathematik. Ich kann dir versichern, dass meine noch größer sind. "

Albert Einstein

"Mathematik ist das Alphabet, mit dessen Hilfe Gott das Universum beschrieben hat."

Galileo Galilei

• *Lesen Sie die besten Mathe-Witze! Viel Spaß!*

☺ ***Eine Katze hat 9 Schwänze***

Mathematiker:

Behauptung: Eine Katze hat neun Schwänze.

Beweis:

Keine Katze hat acht Schwänze. Eine Katze hat einen Schwanz mehr als keine Katze. Deshalb hat eine Katze neun Schwänze.

☺ ***Bombe im Flugzeug***

Ein Politiker, der einen Flug antreten muss, erkundigt sich bei einem Mathematiker, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass eine Bombe im Flugzeug ist. Der Mathematiker rechnet eine Woche lang und verkündet dann: "Die Wahrscheinlichkeit ist ein Zehntausendstel!"

Dem Politiker ist das noch zu hoch, und er fragt den Mathematiker, ob es nicht eine Methode gibt, die Wahrscheinlichkeit zu senken. Der Mathematiker verschwindet wieder für eine Woche und hat dann die Lösung. Er sagt:

"Nehmen Sie selbst eine Bombe mit! Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Bomben an Bord sind, ist dann das Produkt $(1/10000) \cdot (1/10000) = \text{Eins zu Hundertmillionen}$. Damit können Sie beruhigt fliegen!"

☺ ***Was ist 2×2***

Die Evolution eines Mathematikers: Ein Mathematikstudent im ersten Semester wird gefragt: "Wieviel ist 2×2 ?" Blitzschnell antwortet er "Vier." Im zweiten Semester wird er wieder gefragt: "Wieviel ist 2×2 ?" Daraufhin läuft er ins Rechenzentrum, schreibt ein Fortran-Programm und gibt dann die Antwort "Vier.". Im

dritten Semester setzt er sich zu Hause an seinen PC, schreibt eine Frage in eine entsprechende Newsgroup und liefert nach einigen Stunden das Ergebnis "Vier.". Im vierten Semester wird er wieder gefragt: "Wieviel ist 2×2 ?". Darauf der Student. "Bin ich verrückt, mir Konstanten einzuprägen?"

☺ **Das leere Haus**

2 Leute gehen in ein leeres Haus, eine Weile später kommen 3 wieder heraus.

Was sagt der Theologe? "Ein Wunder! Ein Wunder!"

Was sagt der Physiker? "Da muss wohl einer 'reingetunnelt sein."

Was sagt der Biologe? "Die haben sich wohl vermehrt?"

Was sagt die Hebamme? "Ist bei uns im Kreißsaal immer so."

Was sagt der Mathematiker? "Wenn jetzt noch einer reingeht, ist das Haus wieder leer."

☺ **Die Fahrkarten bitte...**

Eine Gruppe von Physikern und eine Gruppe von Mathematikern fahren mit dem Zug zu einer Tagung. Jeder der Physiker hat seine eigene Fahrkarte aber die ganze Gruppe von Mathematikern hat nur eine einzige Karte.

Plötzlich ruft einer der Mathematiker "Der Schaffner kommt!", worauf sich alle Mathematiker in eine der Toiletten zwängen. Der Schaffner kommt, kontrolliert die Physiker, sieht, dass das WC besetzt ist und klopft an die Tür: "Die Fahrkarte bitte!". Einer der Mathematiker schiebt die Fahrkarte unter der Tür durch und der Schaffner zieht zufrieden wieder ab.

Auf der Rückfahrt beschließen die Physiker, denselben Trick anzuwenden und sie kaufen nur eine Karte für die ganze Gruppe.

Sie sind sehr verwundert als sie merken, dass die Mathematiker diesmal überhaupt keine Fahrkarte haben...

Wieder ruft einer der Mathematiker "Der Schaffner kommt!". Sofort stürzen die Physiker auf das eine WC, die Mathematiker machen sich etwas gemächlicher auf den Weg zum anderen. Bevor der letzte Mathematiker die Toilette betritt, klopft er bei den Physikern an: "Fahrkarte bitte!"

Und die Moral von der Geschichte? Physiker wenden die Methoden der Mathematiker an, ohne sie wirklich zu verstehen.

☺ *Rotkäppchen auf mathematisch*

Es war einmal ein Mädchen, dem wurde eineindeutig eine rote Kappe zugeordnet, wodurch es als Rotkäppchen definiert wurde. "Kind," argumentierte die Mutter, "werde kreativ, mathematisiere die kürzeste Verbindung des Weges zur Großmutter, analysiere aber nicht die Blumen am Wege, sondern formalisiere Deinen Weg in systematischer Ordnung."

Rotkäppchen vereinigte einen Kuchen, eine Wurst und eine Flasche Wein zu einer Menge, hinterfragte noch einmal den Weg und ging los. Im Walde schnitt sein Weg den eines Wolfes. Er diskutierte mit ihr über die Relevanz eines Blumenstraußes und motivierte es, einen geordneten, höchstens abzählbaren Strauß zu verknüpfen. Inzwischen machte sich der Wolf die Großmutter zu einer Teilmenge von sich.

Als Rotkäppchen dann ankam, fragte es: "Großmutter, warum hast Du so große Augen?"

"Ich habe gerade mein Bafög erhalten!"

"Großmutter, warum hast Du so große Ohren?"

"Ich habe versucht, Prüfungsfragen durch die Tür zu erlauschen!"

"Großmutter, warum hast Du so ein großes Maul?"

"Ich habe gerade versucht, das Mensaessen zu schlucken!"

Darauf machte der Wolf sich zur konvexen Hülle von Rotkäppchen.

Ein Jäger kam, sah eine leere Menge von Großmüttern im Haus und problematisierte die Frage, bis sie ihm transparent wurde. Dann nahm er sein Messer und machte aus dem Wolf eine Schnittmenge. Die im Wolf integrierten Personen wurden schleunigst von ihm subtrahiert. Zum Wolf wurde eine mächtige Menge von Steinen addiert. Er fiel in einen zylinderförmigen cartesischen Brunnen, bis seine Restmenge nicht mehr lebte.

• *Aufgaben zur Unterhaltung. Lösen sie diese Rätsel!*

1. Sudoku

3		7		4	9	1		
2		1	6			4	9	
	9		1				7	
	2							
	7			5	1			4
	4	3			7	6		
	3	2			4			
8		6				9		
4							8	

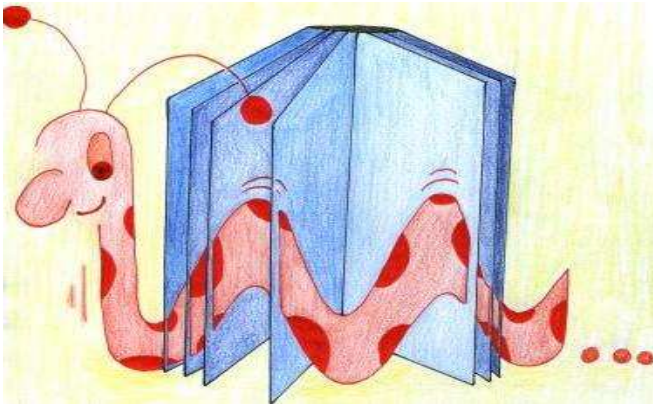
Das Ziel des Spiels ist, in jeder Zeile, Kolonne und Box (eine Box ist durch fette Linien abgetrennt) genau die Ziffern 1 bis 9 zu haben.

2. Der Bücherwurm

In einem Büchergestell stehen 6 Bände einer Enzyklopädie, geordnet von Band 1 bis zu Band 6. Jeder Band enthält 100 Seiten. (1 Seite = 1 Blatt)

Ein Bücherwurm frisst sich nun von Seite 1 des ersten Bandes bis Seite 100 des letzten Bandes durch. Er benötigt pro Seite eine Minute und pro Buchdeckel 3 Minuten.

Welche Zeit (in Minuten) benötigt der Bücherwurm für seine 'Arbeit'?



Lösung: Da die Bücher geordnet von Band 1 bis Band 6 im Gestell stehen, so muss sich der Bücherwurm durch total 10 Buchdeckel und 400 Seiten durchfressen. (Seite 1 des ersten Bandes befindet sich ganz rechts im ersten Band, Seite 100 des Bandes 6 befindet sich ganz links im letzten Band). Die Gesamtzeit beträgt also 430 Minuten.

3. Ein Wiegeproblem

Auf einer gewöhnlichen Balkenwaage sind folgende Gegenstände im Gleichgewicht:

Kreis und Dreieck mit Quadrat

Kreis mit Dreieck und Fünfeck

Zwei Quadrate mit drei Fünfecken

Wie viele Dreiecke wiegt ein Kreis?

Lösung: Um dieses Ergebnis zu erhalten, ist ein System von drei Gleichungen mit drei Unbekannten zu lösen:

$$(1) Q = K + D \quad (\text{Kreis und Dreieck mit Quadrat})$$

$$(2) K = D + F \quad (\text{Kreis mit Dreieck und Fünfeck})$$

$$(3) 2Q = 3F \quad (\text{Zwei Quadrate mit drei Fünfecken})$$

$$(4) Q = 2D + F \quad (1), (2)$$

$$(5) 3F = 4D + 2F \quad (4), (3)$$

$$F = 4D$$

$$(6) K = 4D + D \quad (5), (2)$$

$$K = 5D \quad \text{Ein Kreis wiegt also fünf Dreiecke.}$$

4. Zahlenquadrat aus Rom

Der Wiener Mathematiker Helmut Postl war der erste, der sie gelöst hat.

Setzen in jedes Feld eines $N \times N$ -feldigen Quadrats ein römisches Zahlenzeichen, so dass jede Zeile und jede Spalte eine gültige römische Zahl bildet. Die $2N$ Zahlen müssen alle verschieden sein. Natürlich werden die Zeilen von links nach rechts und die Spalten von oben nach unten gelesen. Wie groß kann N höchstens sein?

Es dürfen nur die Zeichen I, V, X, L, C, D und M verwendet werden, und es muss die normale Subtraktionsregel benutzt

werden. In einer römischen Zahl werden die Ziffern von links nach rechts nach absteigenden Werten geordnet. Das heißt, normalerweise steht links von einer Ziffer keine kleinere Ziffer. Die Subtraktionsregel in ihrer Normalform besagt, dass die Ziffern I, X und C einem ihrer nächst oder übernächst größeren Zahlzeichen vorangestellt werden dürfen und dann in ihrem Zahlwert von dessen Wert abzuziehen sind. Nur vom M dürfen mehr als drei Zeichen aufeinander folgen. Beispielweise ist 5000 = MMMMM.

D	C	L	X
C	X	X	X
C	X	V	I
C	V	I	I

Das Abbildung zeigt ein Beispiel für N = 4. Die Zeilen und Spalten enthalten die Zahlen DCLX, CXXX, CXVI, CVII, DCCC, CXXV, LXVI und XXII, die alle verschieden sind. Dies ist allerdings nicht der größtmögliche Wert für N.

Quellenverzeichnis

1. Friedhelm Padberg. Einführung in die Mathematik, Band1: Arithmetik (Mathematik Primar- und Sekundarstufe). – Berlin: Spektrum Akad. Verlag, 1997. – 268 S.

2. zitate.net/mathematik.html
3. www.mathematik.ch
4. www.matheraetsel.de
5. <https://www.spektrum.de/mathematik>
6. <http://www.mathejahr-im-ruhrgebiet.de/>
7. <https://www.mathebibel.de/>
8. <https://www.mathe-online.at/>
9. <https://www.kapiert.de/mathematik>
10. <https://www.mathematik.de/mathematik>

Inhaltsverzeichnis

THEMA I. ZUR BESONDERHEIT DER MATHEMATIK ALS WISSENSCHAFT	3
Text 1. Mathematik als Wissenschaft	3
Text 2. Axiomatische Formulierung	7
Text 3. Mathematik und andere Wissenschaften. Anwendungsgebiete	11
Text 4. Kategorisierung der Mathematik	15
Text 5. Die Kerngebiete der Mathematik.....	19
THEMA II. BERÜHMTE MATHEMATIKER UND IHRE ENTDECKUNGEN.....	24
Text 1. Carl Friedrich Gauß	24
Text 2. David Hilbert	27
Text 3. Georg Cantor	32
THEMA III. DIE VIER GRUNDRECHNUNGSARTEN	36
Text 1. Zahlen	36
Text 2. Die Addition und die Subtraktion.....	40
Text 3. Die Multiplikation und die Division.....	44
THEMA IV. BRÜCHE	48
Text 1. Gemeine Brüche. Dezimalbrüche	48
Text 2. Runden	51
THEMA V. GLEICHUNGEN	56
Text 1. Die Lösung einer algebraischen Gleichung (Allgemeines).....	56
Text 2. Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten	60
Text 3. Gleichungen zweiten Grades mit einer Unbekannten .	64
THEMA VI. POTENZIEREN. RADIZIEREN. LOGARITHMIEREN	67
Text 1. Potenzieren	67
Text 2. Radizieren	70
Text 3. Logarithmieren	72
THEMA VII. RUND UM DIE MATHEMATIK	75
Text 1. Altes Rätsel um die 42 gelöst	75

Text 2. Mathematische Entdeckung dank “The Big Bang Theory“	78
Text 3. Mysteriöses Primzahlen-Muster fasziniert Mathematiker	82
Anhang 1.	85
Anhang 2.	92
Anhang 3.	110
Quellenverzeichnis	118
Inhaltsverzeichnis.....	119

Навчальне видання

Deutsch für Mathe Studenten

Навчальний посібник

Укладач ***Шенько Мирослава Миколаївна***

Відповідальна за випуск ***Манютіна О.І.***

Комп'ютерний набір ***Шенько М.М.***