

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА**

**І.В. ЖИТАРЮК
Р.С. КОЛІСНИК**

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ВИПУСКНИКІВ ЗЗСО

**Частина II.1. Функції
ПОВТОРЮВАЛЬНИЙ КУРС**

**Київ
Видавництво «Людмила»
2025**

УДК 517.5(075.3)
Ж 74

*Друкується за ухвалою Вченої ради
факультету математики та інформатики
Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича
(Протокол № 4 від 23 жовтня 2024 року)*

Рецензенти:

Кінашук Н.Л., вчитель математики, вчитель-методист, заслужений вчитель України, директор Чернівецького ліцею № 1 математичного та економічного профілів Чернівецької міської ради;

Конет І.М., доктор фізико-математичних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, професор кафедри теорії функцій та методики навчання математики, Волинський національний університет імені Лесі Українки.

Житарюк І.В., Колісник Р.С.

Ж 74 Математика для випускників ЗЗСО. Частина II.1. Функції. Повторювальний курс: навч. посібник. 2-ге вид., випр. і доп. Київ: Видавництво «Людмила», 2025. 396 с.
ISBN 978-617-555-338-1

У посібнику викладено навчальний матеріал з математики ЗЗСО за змістовною лінією «**Функції**». Його зміст відповідає державному стандарту базової і повної середньої освіти освітньої галузі «**Математика**». Теоретичний матеріал ілюструється значною кількістю розв'язаних задач різного рівня складності. Особливу увагу приділено самостійній роботі.

Посібник адресовано учням ЗЗСО, студентам ЗВО спеціальності А4.04 Середня освіта (Математика), учителям ЗЗСО.

ISBN 978-617-555-338-1

УДК 517.5(075.3)
© Житарюк І.В., Колісник Р.С., 2025
© Видавництво «Людмила», 2025

ЗМІСТ

ВСТУП	6
РОЗДІЛ І. ПОНЯТТЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ, ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ	8
1.1. Сталі і змінні величини. Поняття функції. Область визначення, множина значень функції. Способи задання функцій. Класифікація елементарних функцій. Дії (операції) над функціями. Класи елементарних функцій. Неявно задані функції. Функція, обернена до даної. Параметрично задані функції	8
<i>Приклади розв'язування задач</i>	30
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	41
1.2. Числова, координатна площина. Графік функції, побудова графіка функції за допомогою геометричних перетворень (паралельне перенесення, поворот, симетричне відображення відносно однієї з осей координат, стискування чи розтяг ординат або абсцис) і відомим графіком деякої функції	51
<i>Приклади розв'язування задач</i>	58
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	69
1.3. Основні властивості функцій: обмеженість, монотонність, періодичність, парність (непарність), нулі і проміжки знакосталості функції, найбільше і найменше значення функції	73
<i>Приклади розв'язування задач</i>	83
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	95
РОЗДІЛ ІІ. ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ	103
2.1. Поняття числової послідовності та її властивості, приклади	103
<i>Приклади розв'язування задач</i>	111
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	124
2.2. Арифметична прогресія та її властивості. Формула n -го члена та суми перших n членів арифметичної прогресії	128
<i>Приклади розв'язування задач</i>	130
<i>Завдання для самостійної роботи</i>	134

2.3.	Геометрична прогресія та її властивості. Формула n -го члена та суми перших n членів геометричної прогресії	138
	<i>Приклади розв'язування задач</i>	142
	<i>Завдання для самостійної роботи</i>	148
2.4.	Уявлення про границю послідовності, означення границі послідовності. Ознака збіжності послідовності	152
	<i>Приклади розв'язування задач</i>	156
	<i>Завдання для самостійної роботи</i>	164
2.5.	Основні теореми про границі збіжних послідовностей	167
	<i>Приклади розв'язування задач</i>	169
	<i>Завдання для самостійної роботи</i>	178
2.6.	Нескінченно спадна геометрична прогресія та формула суми її членів	180
	<i>Приклади розв'язування задач</i>	183
	<i>Завдання для самостійної роботи</i>	187
2.7.	Число Ейлера. Друга чудова границя	189
	<i>Приклади розв'язування задач</i>	191
	<i>Завдання для самостійної роботи</i>	192
РОЗДІЛ ОЗНАЧЕННЯ І ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ		
ІІІ. АЛГЕБРАЇЧНИХ І ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ		
	ФУНКЦІЙ	194
3.1.	Означення і основні властивості лінійної функції	194
	<i>Приклади розв'язування задач</i>	200
	<i>Завдання для самостійної роботи</i>	205
3.2.	Означення і основні властивості функції вигляду $y=k/x$	207
	<i>Приклади розв'язування задач</i>	211
	<i>Завдання для самостійної роботи</i>	216
3.3.	Означення і основні властивості квадратичної функції	218
3.3.1.	Властивості та графік функції вигляду $y=ax^2$	219
3.3.2.	Властивості та графік функції вигляду $y=ax^2+c$	222
3.3.3.	Властивості та графік функції вигляду $y=ax^2+bx+c$	222
3.3.4.	Властивості та графік функції вигляду $y=ax^2+bx$	225
	<i>Приклади розв'язування задач</i>	226
	<i>Завдання для самостійної роботи</i>	235
3.4.	Означення і основні властивості степеневі функції ...	237
3.4.1.	Степенева функція з натуральним показником	238

3.4.2.	Степенева функція з цілим від'ємним показником	242
3.4.3.	Степенева функція з дробовим показником	248
	Приклади розв'язування задач	255
	Завдання для самостійної роботи	269
3.5.	Означення і основні властивості тригонометричних функцій	272
3.5.1.	Означення, властивості та графік функції синус	280
3.5.2.	Означення, властивості та графік функції косинус	285
3.5.3.	Означення, властивості та графік функції тангенс	290
3.5.4.	Означення, властивості та графік функції котангенс	294
3.5.5.	Означення, властивості та графік функції секанс	298
3.5.6.	Означення, властивості та графік функції косеканс	301
	Приклади розв'язування задач	305
	Завдання для самостійної роботи	324
3.6.	Означення і основні властивості обернених тригонометричних функцій	327
3.6.1.	Означення, властивості та графік функції арксинус	328
3.6.2.	Означення, властивості та графік функції арккосинус ...	330
3.6.3.	Означення, властивості та графік функції арктангенс ...	332
3.6.4.	Означення, властивості та графік функції арккотангенс	334
3.6.5.	Означення, властивості та графік функції арксеканс	336
3.6.6.	Означення, властивості та графік функції арккосеканс ...	338
	Приклади розв'язування задач	339
	Завдання для самостійної роботи	351
3.7.	Означення, основні властивості та графік показникової функції	353
	Приклади розв'язування задач	356
	Завдання для самостійної роботи	371
3.8.	Означення, основні властивості та графік логарифмічної функції	375
	Приклади розв'язування задач	378
	Завдання для самостійної роботи	392

ВСТУП

Функція – одне з основних математичних й загальнонаукових понять, яке зіграло й понині відіграє значну роль у пізнанні довкілля.

Розвиток сучасної математики неможливо уявити без теорії функцій в цілому, диференціального та інтегрального числення. Поняття функції пройшло складний шлях – від моделювання кількісних закономірностей найпростіших ситуацій, до характеристики закономірностей надзвичайно складних явищ на різних рівнях організації матерії.

В сучасній математиці є низка функцій, кожна з яких є унікальною та представлена набором певних характерних ознак, котрі є «математичними портретами» конкретних закономірностей, що пізнаються людиною.

В посібнику представлено усі функції навчальної програми курсу математики основної (базової) і старшої школи, зокрема й для поглибленого вивчення, описано їх властивості та практичне застосування.

Посібник написано з врахуванням державного стандарту базової і повної середньої освіти освітньої галузі **«Математика»**. У першому, другому і третьому розділах викладено навчальний матеріал з математики ЗЗСО за змістовною лінією – **«Функції»** та наведено основні методи розв’язування задач. У кожному з розділів наведено теоретичні відомості, зокрема, й ті, що недостатньо висвітлені у підручниках з математики для ЗЗСО, які супроводжуються достатньою кількістю детально розв’язаних задач різного ступеня складності. Значну увагу акцентовано завданням для самостійного розв’язування із наведеними до них відповідями, що уможлиблює самоконтроль. Даний посібник містить рисунки з окремою нумерацією їх у кожному розділі.

Пропонований посібник рекомендований для тих, хто бажає поновити знання з математики, підготуватися до ЗНО (НМТ) чи поглибити свої знання з математики. Довідник буде корисним й слухачам підготовчих курсів, студентам ЗВО спеціальності А4.04 Середня освіта (Математика), а також учителям математики та учням ЗЗСО.

Довідник написано в результаті багатолітньої роботи авторів у приймальній комісії Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича та інших ЗВО.

Зауваження і побажання просимо надсилати за адресою: 58002, Чернівці, вул. Університетська, 28, факультет математики та інформатики, кафедра алгебри та інформатики.

