ІНТЕРАКТИВНІ МЕТОДИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В ЗЗСО



Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

Інтерактивні методи навчання математики в ЗЗСО

Навчальний посібник

Укладачі: *Боднарук С.Б., Венгрин Ю.Я., Сікора В.С.*



Чернівці
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича
2024

УДК 373.5.016:51(075.8)
І-752

Друкується за ухвалою
Методичної ради факультету математики та інформатики
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича
(протокол № 9 від 24 квітня 2024 року)

Рецензенти: *Терлецька Інна Дмитрівна*, консультант КУ "Міський центр професійного розвитку педагогічних працівників" Чернівецької міської ради, спеціаліст вищої категорії, учитель-методист;

Андрух Юлія Олександрівна, керівник професійної спільноти вчителів математики Чернівецької територіальної громади, вчитель математики Чернівецького багатопрофільного ліцею № 4, спеціаліст вищої категорії, учитель-методист.

І-752 **Інтерактивні** методи навчання математики в ЗЗСО: навч. посібник / уклад.: Боднарук С.Б., Венгрин Ю.Я., Сікора В.С. Чернівці : Чернівец. нац. ун-т ім. Юрія Федьковича, 2024. 96 с.

ISBN 978-966-423-875-2

У посібнику викладено основний теоретичний матеріал, який стосується методичних особливостей використання інтерактивних методів навчання при проведенні уроків з математики. Наведено приклади впровадження таких методів на уроках алгебри та геометрії в закладах загальної середньої освіти.

Для здобувачів вищої освіти спеціальностей «Середня освіта (Математика)», «Середня освіта (Інформатика)», «Математика» та вчителів математики закладів загальної середньої освіти.

ISBN 978-966-423-875-2 УДК 373.5.016:51(075.8)

© Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича, 2024

Зміст

Вступ 4

Розділ 1. Теоретичні аспекти інтерактивного навчання 7

1.1. Класифікація методів навчання 7

1.2. Сутність інтерактивного навчання 10

1.3. Класифікація інтерактивних методів навчання 14

1.4. Переваги та недоліки інтерактивних методів навчання 16

Розділ 2. Методика використання інтерактивних методів 20

2.1. Використання інтерактивних методів на уроках математики в старшій школі 20

2.2. Структура інтерактивного уроку з математики 21

2.3. Оцінювання діяльності учнів під час інтерактивного уроку 24

Розділ 3. Приклади використання інтерактивних методів на уроках математики 30

3.1. Мозковий штурм 30

3.2. Метод «Мікрофон» 33

3.3. Робота в трійках, малих або великих групах 40

3.4. Рольові ігри 43

3.5. Створення різної наочності 46

3.6. Метод «Ажурна пилка» 48

3.7. Метод «Акваріум» 51

Висновки 57

Література 60

Додаток 1. Зразки графіків 64

Додаток 2. Математичне доміно 68

Додаток 3. Математичні комікси та меми 70

Додаток 4. Конспект уроку в 10 класі на тему «Властивості кореня n-го степеня» 73

Додаток 5. Конспект уроку в 10 класі на тему «Монотонність та неперервність функцій. Парні та непарні функції» 80

Вступ

Сучасна освіта переживає сталий процес трансформації, зумовлений великою кількістю факторів, включаючи зростаючі вимоги до якості навчання та впровадження інноваційних підходів у навчальний процес. Традиційні лекції та підручники, які колись були основними інструментами навчання, поступово виходять з ужитку, поступаючись інноваційним та більш ефективним методам навчання. Один із таких передових підходів, який радикально перетворює уроки та навчання, – це використання інтерактивних методів.

Інтерактивні методи навчання стали ключовим елементом сучасної педагогіки і являють собою динамічний і відкритий підхід до передачі знань. Вони активно залучають учнів до навчального процесу, зацікавлюють та сприяють розумінню складних концепцій. Інтерактивні методи навчання змінюють традиційний підхід "вчитель веде – учень слухає" на спільний процес вивчення, в якому вчителі та учні активно взаємодіють.

У виданні акцентовано важливість інтерактивних методів навчання в контексті вивчення саме математики.

Математика завжди вважалася предметом, який вимагає глибокого розуміння та аналітичних навичок. Тож інтерактивні методи допомагають розкрити цей предмет для учнів більш ефективно. Доцільно також враховувати індивідуальні потреби та рівень знань учнів при використанні інтерактивних методів, коли кожен учень має можливість активно долучатися до навчання та розвивати власні навички на особистому рівні.

У посібнику висвітлено переваги інтерактивних методів, на-

ведено приклади їх практичного використання та описано способи підготовки вчителів до впровадження інтерактивного навчання в класі. Розкрито різноманітні аспекти інтерактивного навчання – від ігрових методів до використання сучасних тех.нологій. Проаналізовано, як наведені методи можуть поліпшити результати навчання та сприяти розвитку критичного мислення учнів. Такий підхід спричинено зростанням вимог до якості освіти та змінами в підходах до навчання.

Зокрема, до ключових аспектів, які підкреслюють актуальність посібника, варто віднести такі:

1. Зростання вимог до рівня математичної грамотності: сучасний світ вимагає від кожного з нас чіткого розуміння базових математичних концепцій і навичок, адже математика використовується в різних сферах життя – від технологій і науки до економіки та побуту. При цьому інтерактивні методи навчання можуть поліпшити розуміння та зацікавити учнів цією важливою наукою.

2. Індивідуалізація навчання: кожен учень має власний темп навчання та особливі стилі навчання. Інтерактивні методи дозволяють більш ефективно адаптувати навчання під індивідуальні потреби учня.

3. Стимулювання активності та критичного мислення: інтерактивні методи підтримують активну участь учнів у процесі навчання. Вони сприяють розвитку критичного мислення, розв'язанню проблем та творчому підходу до виконання математичних завдань.

4. Підготовка до ринку праці: ринок праці дедалі частіше вимагає математичних знань та навичок у різних професіях.

Тому інтерактивні методи можуть підготувати учнів до вимог сучасного ринку праці та допомогти розвинути практичні навички.

5. Співробітництво та комунікація: інтерактивні методи сприяють розвитку навичок співпраці та комунікації, важливих у сучасному суспільстві.

Отже, використання інтерактивних методів на уроках математики — актуальне та важливе питання, яке сприяє поліпшенню навчання та розвитку учнівських навичок в сучасному освітньому середовищі.

У пропонованому посібнику викладено основний теоретичний матеріал, який стосується методичних особливостей використання інтерактивних методів навчання при проведенні уроків з математики. Наведено приклади впровадження таких методів на уроках алгебри та геометрії в закладах загальної середньої освіти. В основу лягли дослідження, здійснені в дипломній роботі Венгрин Ю.Я. «Методичні особливості використання інтерактивних методів навчання при проведенні уроків з математики в старшій школі» (науковий керівник – Боднарук С.Б.. Факультет математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. Чернівці, 2023).

Подана у виданні інформація буде цікавою та корисною для здобувачів вищої освіти спеціальностей «Середня освіта (Математика)», «Середня освіта (Інформатика)», «Математика» та вчителів математики ЗЗСО.

РОЗДІЛ 1.
Теоретичні аспекти інтерактивного навчання

1.1. Класифікація методів навчання

Залежно від характеру взаємодії між вчителем і учнями, розрізняють пасивні, активні та інтерактивні методи навчання.

Пасивне навчання — це метод навчання, при якому викладач є суб'єктом, який спрямовує хід заняття, а учні виступають в ролі пасивних слухачів, які виконують вказівки вчителя.

Зв’язок учня і вчителя можна схематично зобразити так (див. рис. 1.1):

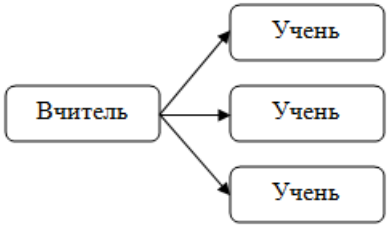


Рис.1.1.

Основою такого методу є те, що учні сприймають саме ту інформацію, яку педагог демонструє для них. «Учні або дивляться, або слухають, або читають (лекція-монолог, пояснення нового матеріалу вчителем, демонстрація, перегляд відеофільмів тощо)» [10].

З огляду на ефективність засвоєння навчального матеріалу, пасивні методи мають переваги і недоліки:

Переваги	Недоліки
1. Відносно проста підготовка до уроку для вчителя. 2. За короткий час може бути опрацьовано багато інформації. 3. Всі учні одночасно	1. Діти не взаємодіють один з одним, та не спілкуються між собою. 2. Не виконують жодних завдань. 3. Як правило, вчителю проблематично виявити

отримують інформацію. 4. Можливість працювати з великою аудиторією.	кількість засвоєних учнями знань. 4. Зазвичай, учні мають низький відсоток засвоєння знань, умінь та навичок. 5. Не проводиться контроль засвоєних знань.

Активні методи — це методи навчання, в яких учні та вчитель взаємодіють один з одним, причому учні є активними учасниками, а не пасивними слухачами.

Взаємодію учня і вчителя під час використання активних методів навчання схематично зображено на рис. 1.2.

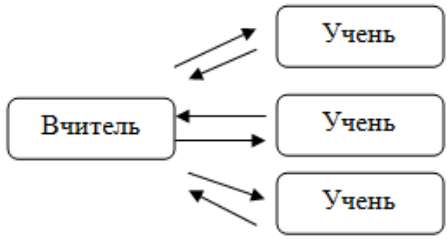


Рис.1.2.

У цьому випадку учень і вчитель перебувають у постійній комунікації. Учні відповідають на запитання вчителя та самостійно розповідають матеріал. Вчитель має можливість спілкуватися з кожним учнем індивідуально. Ця модель використовує такі активні методи навчання, як бесіда, дискусія та фронтальне опитування.

Як бачимо, активні методи здебільшого передбачають демократичний стиль спілкування. Тоді як при пасивних методах навчання послуговуються авторитарним стилем взаємодії між учителем та учнями.

Аналізуючи переваги та недоліки активни методів навчання, маємо такі висновки:

Переваги	Недоліки
1. Багато учнів одночасно можуть сприймати інформацію. 2. Великий обсяг інформації, можна охопити за один урок. 3. Зазвичай, досить високий рівень засвоєння матеріалу учнями. 4. Навички вчителя відіграють важливу роль в організації такого навчання. 5. Вчитель контролює знання, які він надає учням.	1. Учні взаємодіють тільки з учителем. 2. Спілкування учнів один з одним не відбувається. 3. Як правило, такий метод використовується на уроках з метою опитування. 4. Учень перебуває в стані напруги: «запитають – чи не запитають?». 5. Деякі учні можуть бути розчаровані через те, що їх не запитали, що їхню думку не почули.

Інтерактивний метод – це форма навчання, при якій вчитель та учні спілкуються та взаємодіють один з одним. Це співпраця, що передбачає взаємне навчання типу «вчитель – учень» та «учень – учень». При цьому вчитель та учень є рівноправними й рівноцінними об'єктами навчання. Двостороння взаємодія виключає домінування одного учасника над іншим та однієї думки над іншою в процесі навчання. У такому спілкуванні учні вчаться бути демократичними, спілкуватися з іншими, критично мислити і приймати обґрунтовані рішення.

Взаємодію учня та вчителя у випадку використання інтерактивних методів навчання можна схематично зобразити так:

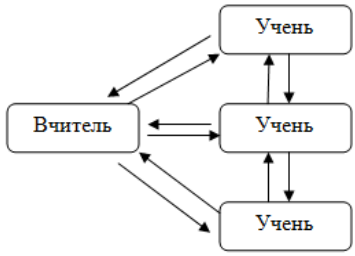


Рис.1.3.

Така схема цієї моделі відображає постійну комунікацію між вчителем та учнем, учнем та учнем. Спілкуються всі члени

команди. Ця модель використовується для навчання в ділових, рольових іграх та дискусіях, під час мозкового штурму, фронтального опитування, круглих столів та дебатів. Роль вчителя на інтерактивних уроках зводиться до спрямування діяльності учнів на досягнення цілей заняття.

Проаналізуємо переваги та недоліки цього методу:

Переваги	Недоліки
1. Збільшуються пізнавальні здібності учнів. 2. Високий рівень засвоєння знань. 3. Вчитель контролює рівень засвоєння навчального матеріалу в учнів. 4. Вчителі мають можливість проявити себе як організатори та консультанти. 5. Активна взаємодія між усіма учасниками навчального процесу.	1. Вивчення конкретної теми займає дуже багато часу. 2. Оцінювання знань і вмінь учнів потребує іншого підходу, на відміну від попередніх методів. 3. Відсутність методичних розробок для проведення таких уроків з різних предметів.

Отже, порівнюючи розглянуті вище пасивний, активний та інтерактивний методи навчання, помічаємо, що навіть при наявності певних недоліків, останній (інтерактивний) метод досить ефективний.

1.2. Сутність інтерактивного навчання

Термін «*інтерактивна педагогіка*» вперше використав у 1975 році німецький учений Ганс Фріц. Саме він зазначив мету інтерактивного процесу як таку, що базується на зміні та вдосконаленні поведінки всіх учасників освітнього процесу. Аналізуючи власні реакції та реакції партнера, учасник змінює свою модель поведінки та свідомо її засвоює.

Термін «*інтерактивний*» походить від того ж англійського слова, що й «*interact*»: «*inter*» означає «взаємне», «*act*» — «дія». Отже, дослівно, *інтерактивним* називають такий метод, у якому той, хто навчається, бере участь – виконує певні дії (контролює, говорить, моделює, малює, пише тощо). Він виступає не як пасивний слухач чи як спостерігач, а бере активну участь у тому що відбувається.

За визначенням О.І. Пометун, «інтерактивне навчання — це особлива форма організації пізнавальної діяльності, з конкретними та передбачуваними цілями — створення комфортних умов навчання, за яких кожен учень відчуває почуття виконаного обов'язку, своїх заслуг та інтелектуальних здібностей» [21].

Н.С. Мурадова стверджує, що «інтерактивністю називають навчання із зануренням у процес спілкування. Для підвищення ефективності навчального процесу необхідна наявність елементів: спілкування (включаючи передачу, збереження вербальної та невербальної інформації), інтеракції (організації взаємодії у спільній діяльності), глибинності (усвідомлення сенсу, взаєморозуміння)» [11].

На думку багатьох вчителів та методистів, суть інтерактивного навчання полягає у взаємному навчанні, груповому форматі, в якому навчальний процес організовано з використанням активних групових методів навчання для виконання дидактичних завдань. У цьому випадку вчитель виступає в ролі помічника, консультанта, організатора та джерела інформації. Учні та вчителі є рівноправними суб'єктами навчання. Діалог виключає домінування одних учасників, їх думок та поглядів над іншими, він невіддільний від досвіду й практики. У такому інтерактивному навчанні учні вчаться критично мислити, розв'язувати складні проблеми на основі аналізу ситуацій та відповідної інформації, порівнювати альтернативні думки, приймати обґрунтовані рішення, спілкуватися з іншими та брати участь у дискусіях.

За визначенням Л.В. Пироженко, інтерактивне навчання –

це особлива форма організації пізнавальної діяльності. Його метою є створення комфортних умов навчання, щоб кожен учень відчув успіх, під час навчання.

В. Попов зазначає, що інтерактивні технології навчання включають детально сплановані результати, очікувані в процесі засвоєння знань, окремі інтерактивні методи і прийоми, що стимулюють пізнавальні процеси, а також психологічні та навчальні умови і процедури, які можуть бути використані для досягнення бажаних результатів. Інтерактивні методи не призначені для виконання конкретного навчального завдання, але їхня структура визначає кінцевий результат [25].

Якщо ж звернутися до історії, то джерела інтерактивного навчання можна знайти ще в стародавні часи, тож можна вважати, що це поняття не нове. Сократ, наприклад, пропонував своїм учням знаходити «істину» за допомогою питань і відповідей. Платон радив навчання розпочинати з шести років та проводити його за допомогою розвивальних ігор, бесід, казок, пісень. У школі, яку заснував Конфуцій, навчальний процес не обмежувався ні часом, ні змістом. Натомість навчання та виховання відбувалося під час довільних бесід, які часто мали евристичний характер.

У дидактиці української школи інтерактивні методи почали використовуватися у 20 – 30 ті роки ХХ століття. У Східній Україні, яка тоді була у складі Радянського Союзу, виникла ідея бригадно-лабораторної форми навчання, яка отримала назву «бригадно-лабораторного методу». Навчання здійснювалося за допомогою поділу учнів на бригади (групи, ланки). Керував бригадир, якого собі обирала кожна команда. Робота в таких бригадах організовувалася по-різному: це було обговорення однієї і тієї ж теми, проте питання відрізнялись; порівнювалися результати різних завдань. Це сприяло жвавій дискусії, оскільки кожна бригада демонструвала при обговоренні новий матеріал, а результати потім уже порівнювали всі учні. На жаль, ці методи

впроваджені без належної підготовки та затвердження, тому згодом їх було заборонено, а навчання повернулося до звичного вигляду. В результаті – те, що встигли напрацювати під час такої форми навчання, не вдалося зберегти.

У 30 – 50-х роках ХХ століття освіта в Радянському Союзі розвивалася переважно на основі класно-урочної системи, яка забезпечувала, як правило, тільки фронтальну форму роботи. Лише в 60-х роках ХХ століття радянська педагогіка зацікавилася груповим навчанням у зв'язку з дослідженнями проблем пізнавальної активності та самостійності учнів.

У дослідженнях В. Сухомлинського, творчості вчителів-новаторів 70 – 80-х років (Ш. Амонашвілі, В. Шаталова, Є. Ільїна, С. Лисенкової та інших педагогів), теорії розвивального навчання – простежується подальше вивчення сутності та компонентів інтерактивного навчання. Важливий напрям досліджень загальних форм навчання був пов'язаний з навчально-пізнавальною діяльністю учнів в умовах колективної, групової, індивідуальної роботи в класі.

Однак у Західній Європі та США групові форми навчальної діяльності учнів активно розвивалися та вдосконалювалися: у другій половині ХХ-го століття інтерактивні технології стали широко використовуватися в американських школах як в теорії, так і на практиці – під час викладання багатьох предметів [22].

Наприкінці 60-х років минулого століття Едґар Дейл, професор Державного університету штату Огайо, експериментував із різними способами подачі матеріалу: спочатку він усно розповідав інформацію студентам, потім показував їм картинки, просив висловитися на задану тему чи виконати певні дії. Через два тижні він проаналізував те, що залишилося в пам'яті студентів. Отримані результати він зобразив у вигляді «Конуса досвіду Дейла» («Dale's Cone of Experience»).

До кінця 70-х років ХХ століття у Національній тренінговій лабораторії США на основі «конуса навчання» було розроблено

нову графічну версію впливу методів навчання на ступінь засвоєння матеріалу, що отримала назву «Піраміда навчання». Аналізуючи цю піраміду, бачимо, що чим більше людина залучається до активного навчання – обговорює, виконує певні завдання, навчає інших – тим краще вона засвоює матеріал.

Зазвичай люди запам’ятовують:



При цьому очевидно, що саме інтерактивне навчання забезпечує найнижчі рівні піраміди, де можна помітити найвищий відсоток засвоєнності матеріалу.

1.3. Класифікація інтерактивних методів навчання

Форми, методи і засоби навчання є тими структурними елементами, з яких будується технологія навчання відповідно до цілей і бажаних результатів навчального процесу. Саме тому головна функція в проєктуванні технології навчання належить вчителю, який, відповідно до визначених цілей навчального процесу, потреб і можливостей учня, добирає зміст, форми, методи і засоби навчання, їх послідовність, терміни та етапи застосування для досягнення позитивних результатів.

Класифікацій інтерактивних методів навчання дуже багато.

Розглянемо лише деякі з них.

За типом комунікації розрізняють такі інтерактивні методи:

• *Усна комунікація:* учні спілкуються та обговорюють матеріал усно (наприклад, дискусії, обговорення, виступи).

• *Письмова комунікація:* учні взаємодіють, використовуючи письмову форму (наприклад, написання есе, виконання завдань на папері).

• *Візуальна комунікація:* використання графіків, схем, малюнків для подання інформації.

• *Електронна комунікація:* використання інтерактивних технологій, таких як відеоконференції, відеоуроки, електронні платформи.

За цілями навчання:

• *Засвоєння знань:* методи, спрямовані на передачу основних понять і фактів (наприклад, лекції та демонстрації).

• *Розвиток навичок:* методи, спрямовані на розвиток практичних навичок і навичок виконання завдань (наприклад, групова робота, розв'язування певних задач).

• *Розвиток критичного мислення та творчості:* методи, що сприяють розвитку аналітичного мислення, критичного мислення та творчих здібностей учнів (наприклад, дискусії, рольові ігри, проєкти).

За послідовністю застосування:

• *Вступні:* налаштовують на робочий процес, створюють доброзичливу атмосферу на занятті, ознайомлюють із темою та метою уроку (наприклад, метод «Продовж речення»).

• *Основні:* розв'язують ключові проблеми (наприклад, методи «Мозковий штурм», «Тетралізовані ігри», «Карусель»).

• *Завершальні:* зумовлюють рефлекцію та підсумки (наприклад, методи «Сенкан» та «Вернісаж»).

• *Допоміжні:* використовуються за потреби. Знімають напругу, допомагають змінити вид роботи (наприклад, метод

«Передай усмішку»).

За принципом активності М. В. Кларін у [15] виокремлює такі види:

- *Фізичні:* зміна місця робот, складання пазлів, малювання, створення наочності.
- *Соціальні:* формування запитань, відповідей та аргументів.
- *Пізнавальні:* виступи, доповнення, коментарі, пошук та добір інформації.

Г. О. Сиротенко у [26] класифікував методи навчання так:

- *Кооперативне навчання:* робота в парах, в малих групах, ротаційних трійках.
- *Технології навчання у грі*.
- *Дискусія* (наприклад, методи «Прес» та «Обери позицію»).
- *Метод проєктів*.
- *Тренінгові методи навчання* (наприклад, «Метод кейсів», «Мозковий штурм»).

Класифікація інтерактивних технологій за О. І. Пометун та Л.В. Пироженко [24] виглядає так:

- *Технології кооперативного навчання*: навчання відбувається в робочих групах – «Карусель», «Акваріум»).
- *Технології колективно-групового навчання:* фронтальні форми роботи – «Мікрофон», «Мозковий штурм», «Акваріум».
- *Технології ситуативного моделювання:* імітаційні ігри або симуляції, рольові ігри.
- *Технології опрацювання дискусійних питань:* форми організації та проведення дискусій – методи «Прес», «Займи позицію».

1.4. Переваги та недоліки інтерактивних методів навчання

Інтерактивне навчання має численні **переваги**, які сприяють поліпшенню якості навчання та залученню учнів до навчального

процесу. Ось деякі з них:

1. *Залучення та активність учнів*. Інтерактивні методи навчання створюють можливість для учнів брати активну участь в уроці. Вони стають співтворцями знань, ставлять запитання, обговорюють та виконують завдання.

2. *Зрозуміння та засвоєння*. Інтерактивне навчання сприяє кращому розумінню матеріалу. Учні мають можливість одразу застосовувати знання в практиці, що поліпшує їх засвоєння.

3. *Розвиток критичного мислення*. Інтерактивні методи сприяють розвитку критичного мислення учнів. Вони навчають аналізувати інформацію, висувати аргументи та приймати обґрунтовані рішення.

4. *Співпраця та комунікація*. Групова робота та дискусії під час інтерактивного навчання сприяють розвитку навичок співпраці та ефективної комунікації.

5. *Зацікавленість та мотивація.* Уроки, під час яких використовуються інтерактивні методи, зазвичай більш цікаві для учнів. Це стимулює їхню мотивацію до навчання.

6. *Різноманітність підходів*. Інтерактивне навчання включає різноманітні методи, такі як групова робота, дискусії, рольові ігри, використання технології тощо. Це дозволяє вчителю підібрати саме той метод, який найкраще відповідає конкретним цілям та потребам класу.

7. *Розвиток самостійності*. Учні вчаться самостійно вирішувати поставлені проблеми та завдання, що підвищує рівень їхньої самостійності та впевненості.

8. *Практичність та підготовка до реального життя*. Інтерактивні методи можуть моделювати реальні ситуації, допомагаючи учням набути практичних навичок, які можуть бути корисними в майбутньому.

9. *Поліпшення оцінювання.* Інтерактивне навчання дозволяє здійснювати оцінювання за допомогою різноманітних методів, включаючи спостереження, портфоліо, самооцінку тощо.

10. *Зростання соціальної компетентності*. Спільна робота та комунікація в рамках інтерактивного навчання сприяють розвитку соціальних навичок та взаєморозуміння.

11. *Поліпшення взаємодії в класі*. Інтерактивне навчання сприяє поліпшенню взаємодії між учнями, розвиваючи соціальні навички.

12. *Співвідношення з практикою*. Інтерактивні методи навчання зазвичай включають практичні завдання та ситуації, що допомагають учням легше застосовувати набуті знання у реальному житті.

13. *Зменшення страху перед помилками*. Учні більш налаштовані на навчання та менше бояться помилитися, коли навчаються за допомогою інтерактивних методів.

14. *Розвиток креативності*. Інтерактивне навчання сприяє розвитку креативності та можливості генерувати нові ідеї.

15. *Створення зацікавленості предметом*. Залучення учнів до активного участі стимулює їх інтерес та бажання навчатися.

16. *Підвищенн рівня задоволеності від навчання*. Учні зазвичай більш задоволені навчанням, коли беруть активну участь у цьому процесі.

17. *Підготовка до життя в сучасному світі*. Інтерактивні методи навчання розвивають навички, важливі для успішної адаптації в сучасному інформаційному суспільстві.

Отже, як бачимо з перерахованого вище, інтерактивне навчання має багато переваг. Проте воно також може мати певні **недоліки**, які варто враховувати при його впровадженні. Ось деякі з найбільш поширених недоліків інтерактивного навчання.

1. *Підвищена складність планування і ресурсоємність*. Використання інтерактивних методів може вимагати більше часу на планування уроків та підготовку відповідних ресурсів.

2. *Суттєвий внесок вчителя*. Інтерактивне навчання потребує великої активності та участі вчителя. Вчитель має бути добре підготовленим і вміло керувати уроком.

3. *Ризик низької активності учнів*. На деяких уроках інтерактивні методи можуть призвести до низької активності частини учнів, особливо якщо не всі відчувають себе комфортно в активній ролі.

4. *Соціальні та емоційні виклики*. Деякі учні можуть відчувати стрес або незручності в процесі співпраці та комунікації з іншими. Це може впливати на їхню академічну ефективність.

5. *Необхідність великої кількості ресурсів*. Деякі інтерактивні методи можуть вимагати доступу до спеціальних ресурсів, технологій або обладнання, які можуть бути недоступними для окремих дітей або навчальних закладів.

6. *Ефективність для різних предметів та завдань*. Інтерактивні методи можуть бути менш ефективними для деяких предметів чи конкретних навчальних завдань. Вони повинні бути вибрані та адаптовані до конкретного контексту.

7. *Залежність від підготовки учнів*. Інтерактивне навчання передбачає активну участь учнів. Ефективність цього підходу може бути обмежена, якщо учні не виконують поставлені завдання або не долучаються до процесу.

8. *Оцінювання під час інтерактивного навчання*. Оцінювання досягнень учнів у процесі інтерактивного навчання може бути складним завданням. Традиційні методи оцінювання можуть бути недостатньо адаптованими для оцінки роботи учнів у інтерактивному середовищі.

Проте, незважаючи на ці недоліки, інтерактивне навчання залишається важливим і цінним підходом до освіти. Вчителі та педагоги можуть ефективно використовувати інтерактивні методи, враховуючи ці обмеження та забезпечуючи якісне навчання для учнів. Загалом, інтерактивне навчання створює сприятливе навчальне середовище, де учні розвиваються як інтелектуально, так і соціально, та здобувають навички, які їм знадобляться у сучасному світі.

РОЗДІЛ 2.
Методика використання інтерактивних методів

2.1. Використання інтерактивних методів на уроках математики в старшій школі

Інтерактивне навчання суттєво впливає на свідомість та емоції особистості з метою виховання здібного та відповідального учня, який є водночас вільним та законослухняним громадянином, високоетичною особистістю, соціально та політично активним, офіційним членом шкільної спільноти. При цьому воно дозволяє формувати в учнів громадську думку, вчить правильно використовувати власні емоцій, переконання, навчає відповідної поведінки, єдності у мовленні та діях.

Інтерактивні вправи на уроках математики зорієнтовані на:

• Розвиток в учнів самостійного мислення та певних незалежних ідей – заохочення учнів до висловлення власної думки, заохочення розвитку творчого ставлення до всіх висновків, правил тощо. Частина інтерактивних вправ ("Робота в парах", "Робота в групах", "Карусель", "Знайди інформацію" тощо) спрямована на самостійне осмислення матеріалу і спонукає учнів думати ("Чи справді це так?"), досліджувати факти, аналізувати алгоритми відповідей, розуміти суть, допомагати собі та друзям, допомогати в пошуку помилок.

• Розвивати вміння протистояти навіюванню думок, моделей поведінки та прохань інших людей; заохочує учнів відстоювати власну точку зору, створюючи ситуації дискусії та конфлікти думок. Використовуються вправи «Аналіз ситуації», «Вирішення проблеми», щоб навчити дітей протистояти тиску більшості та відстоювати свою думку. Якщо в задачі є проблемна ситуація, її розв’язання в умовах інтерактивних технологій активно стимулюватиме мисленнєву діяльність для подолання конфліктів та непорозумінь.

• Розвиток критичного ставлення до себе, вміння визнавати власні помилки та правильно працювати над ними, бачити позитивне і негативне у власній поведінці та поведінці друзів, порівнювати себе з іншими та ретельно оцінювати себе. Така практика сприяє самопізнанню, що, в свою чергу, сприяє взаєморозумінню між учителем і учнем та полегшує розуміння учнями вимог і критики вчителя. Завдяки правильному, адекватному усвідомленню не лише позитивного, а й негативного у власній поведінці, діях, навчанні виникає критичне ставлення до себе, що конче потрібне насамперед для сприймання вимог інших.

• Розвиток дослідницького мислення та готовність знаходити найкращі рішення для навчальних завдань. Інтерантивні методи часто використовують вправи, які змушують учнів ретельно підбирати способи для їх розв'язування. Завдяки цьому, учні знаходять та пропонують нестандартні розв'язки того чи іншого завдання, які дорослі можуть відкидати як неможливі. Метою інтерактивних вправ також є розвиток уміння знаходити спільні рішення з однокласниками, підвищення інтересу школярів до матеріалу, що вивчається.

2.2. Структура інтерактивного уроку з математики

О.І. Пометун та Л.В. Пироженко зазначають, що структура інтерактивного уроку зазвичай складається з п'яти етапів:

1. Мотивація діяльності.

2. Оголошення, презентація теми та очікуваних результатів навчання.

3. Надання необхідної інформації.

4. Інтерактивні вправи, завдання – основна частина уроку.

5. Підведення підсумків та оцінювання результатів цього уроку [24].

Інтерактивні уроки вимагають ретельної підготовки. Саме під час неї вчитель має вирішити, які саме інтерактивні техніки слід використовувати у конкретній ситуації. При цьому обов'яз-

ково потрібно врахувати тему та мету уроку (розділу, курсу), вікові та особистісні особливості учнів, їх готовність до уроку та використання інтерактивних технологгій навчання. Вчитель чітко повинен розуміти:

- очікуваний навчальний ефект інтерактивного заняття, спосіб подання мотивації навчальної діяльності;
- яка додаткова література та матеріали потрібні;
- у який спосіб будуть відтворені комфортні умови на уроці, атмосфера співтворчості, позитивної взаємозалежності учнів, які саме вправи та завдання будуть запропоновані учням для реалізації цієї мети;
- як саме на уроці будуть створені малі групи, якщо буде використаний цей метод навчання;
- у який спосіб будуть підведені підсумки уроку, проаналізована рефлексія;
- яким чином будуть контролюватися й оцінюватися досягнення учнів тощо.

Вступна частина інтерактивного уроку включає: тему уроку та очікувані результати навчання, мотиваційні етапи навчальної діяльності за потреби – домовленість про правила поведінки під час інтерактивного заняття, інструкції щодо низки дій під час заняття.

Мета мотиваційного етапу: викликати інтерес до теми – кожен учень повинен сприйняти тему, "пропустивши її через себе". На цьому етапі вчителі можуть використати бесіду, зачитування фрагмента тексту, виклад невеликої історії, застосувати наочність або спробувати використати один з інтерактивних методів, наприклад метод «мікрофон» чи «асоціативний кущ» тощо.

Основною частиною інтерактивного навчання є виконання інтерактивних завдань з використанням конкретних інтерактивних технологій навчання.

Оскільки навчання з використанням інтерактивних техноло-

гій ґрунтується на суб'єктивному досвіді кожного учня та колективному досвіді всього учнівського класу, першим етапом роботи є з'ясування позиції учня з даної теми або питання та висловлення ставлення, ідей та думок щодо ситуації, що склалася.

У результаті ефективної роботи на першому етапі можливий плавний перехід до другого етапу. Це означає об'єднання учнів у групи, які відрізняються за кількісним складом, але мають однакові або схожі позиції з питань, що розглядаються, і подальшу організацію комунікації між групами.

На третьому етапі вчитель та учні знаходять спільні риси між висловленими думками та переконаннями, а також їх відмінності між собою. Кожен учасник дискусії намагається знайти аргументи, необхідні для того, щоб підтримати свою позицію і переконати іншого. Натомість члени інших груп наводять власні заперечення з нової структури групи.

Завершальним етапом заняття є рефлексія результатів заняття та їх підбиття, порівняння очікуваних результатів із досягнутими.

Рефлексія (лат. *reflexio* – звернення назад, самопізнання) – це процес самопізнання суб'єктом свого внутрішнього психічного стану, джерело внутрішнього досвіду, метод самопізнання і необхідний інструмент мислення.

Рефлексія дозволяє учням звернутися до самих себе і відновити в своїй свідомості послідовність дій або завдань, які вони виконували, з акцентом на емоційний контекст і почуття, пережиті ними самими та іншими учасниками освітнього процесу. (Висловлення своїх почуттів: Що я відчув і чому? Що зворушило, розвеселило чи здивувало? Як ви думаєте, що відчували інші члени групи?).

Наступним важливим аспектом рефлексії є оцінка власної діяльності на занятті та власних досягнень. (Що саме допомогло вам виконати інтерактивні завдання? Як би ви оцінили власну роботу? Як ви оцінюєте роботу в групі? Які аргументи були

найбільш переконливими? Чи були ви активними та позитивно налаштованими, а якщо ні, то що вам заважало? Чи висловлювали ви нові ідеї або розвивали ідеї інших учасників?).

Рефлексія супроводжує всі етапи інтерактивного заняття, а ігнорування процесу рефлексії зводить ефективність інтерактивного заняття до мінімуму.

2.3. Оцінювання діяльності учнів під час інтерактивного уроку

Відомо, що вміння дискутувати, обґрунтовувати та відстоювати власні погляди, аргументувати свою позицію, працювати в команді та вільно висловлюватися дуже важливо під час інтерактивного навчання. Тому в процесі оцінювання вразовуються саме ці якості, а не лише здатність учня запам'ятати той чи інший алгоритм виконання дії чи відтворення певної інформації, поданої вчителем чи в підручнику. Тому для вирішення проблеми оцінювання необхідні альтернативні підходи [6].

Такі інтерактивні методи як рольові ігри, групові дискусії та дискусії, здебільшого сприймаються як ігри, а не як серйозне навчання. Використовуючи їх, вчитель сподівається підтвердити, що інтерактивне навчання забезпечує високоякісні результати навчання.

Для цього насамперед необхідно чітко сформулювати **традиційні завдання оцінювання**. До них відносять такі:

- показати учням, як вони можуть досягнутити цілей уроку;
- визначити кращих учнів на основі їх успішності;
- стимулювати успішність учнів у навчанні та засвоєнні знань;
- визначити рівень здібностей учнів;
- дізнатися, чи є необхідність у додатковому навчанні;
- виставити оцінки (бали) [12].

Багато вчителів, які практикують використання інтерактив-

них технологій у своїх класах, мають проблеми з оцінюванням учнів. Це пов'язано з відсутністю налагодженої методології в процесі оцінювання. Цей процес повинен включати такі дії:

1. Визначити мету уроку (очікувані результати). Для цього необхідно з'ясувати такі питання:

- які знання повинні засвоїти учні і на якому рівні;
- якими знаннями, уміннями та навичками повинні оволодіти учні;
- які цінності вони можуть сформувати самі.

2. Вибір критеріїв оцінювання результату діяльності. Для цього учитель повинен сам визначити послідовність дій, які мають виконати учні, щоб урок був ефективним. Саме ці дії стануть показниками оцінки.

3. Визначення мети оцінювання. Зрозуміло, що метою оцінювання не завжди є виставлення оцінки. Удосконалення навчальної програми та визначення рівня розвитку та здібностей учнів також мають бути цілями оцінювання.

4. Вибір конкретного методу оцінювання. Єдиного методу оцінювання не існує. Один учитель обирає метод спостереження та складання списку показників, другий учитель вибирає короткий роздум (есе) або самооцінювання, а третій учитель використовує до трьох методів оцінювання з однієї теми [6].

5. Вибір шкали оцінювання. Залежно від поставлених завдань і конкретної стратегії оцінювання, необхідно підібрати шкалу оцінювання для кожного обраного критерію. Початковий рівень комунікативних навичок учня можна оцінити за такими категоріями, як «низький», «середній», «достатній» і «високий». Набуття інших навичок можна виразити такими категоріями, як «не використовується», «рідко використовується», «часто використовується», «постійно використовується».

6. Визначення способів донесення очікувань учителя до учнів. Варіантами прийомів оцінювання можуть бути:

- тест (вибір правильної відповіді із кількох запропонова-

них);

• експрес-опитування (завдання на зразок «продовж речення», «заповни таблицю» тощо);

• самооцінка (метод запитань і відповідей, виставлення оцінок один одному);

• «дельта-плюс» – загальне обговорення оцінки уроку, під час якого спочатку ставляться питання про позитивні сторони уроку, потім обговорюються негативні сторони та шляхи їх усунення;

• ігровий спосіб оцінювання (оцінювання часто можна трансформувати в гру, тільки потрібно заздалегідь визначити шкалу оцінювання).

Конкретні приклади методів і форм оцінювання. Наведена нижче форма оцінювання дозволяє оцінити знання учнів при виконанні завдань і проводиться за 12-бальною системою:

10-12 балів	- Всі важливі поняття, теми та ідеї ретельно відібрані, до них дано визначення і пояснення. - Основні факти детально пояснені. - Фактичних неточностей немає.
7-9 балів	- Більшість важливих концепцій, тем та ідей відібрані, визначені та пояснені. - Більшість основних фактів добре пояснені. - Є деякі незначні фактичні неточності.
4-6 балів	- Вибрано і пояснено близько половини ключових концепцій, тем та ідей. - Містить близько половини фактів, які є головними у вирішенні питання. - Половина інформації правильна, інша половина хибна, неточна або відсутня.
1-3 бали	- Було відібрано, пояснено і визначено невелику кількість важливих концепцій, тем та ідей. - Містить недостатньо або не містить фактів, які

	є основою для вирішення проблеми; - В основному інформація хибна, неточна або не має відношення до проблеми.

Наступна форма оцінювання дозволить оцінити здатність учнів висловлювати думки усно чи письмово. Вони є частиною комунікативних навичок і перед використанням цієї форми оцінювання вчитель повинен чітко визначити норми подання результатів роботи [12].

10-12 балів	- Усі ідеї представлені так, щоб показати глибокі знання учня з предмета і здатність логічно мислити. - Тема презентації чітко визначена і добре опрацьована. - Презентація має правильну структуру, вона добре організована. - Дотримані всі прийняті норми викладу.
7-9 балів	- Більшість ідей представлені для того, щоб показати глибокі знання учня з предмета і здатність логічно мислити. - Тема презентації чітко визначена і добре опрацьована, але в оповіданні є невеликі логічні порушення. - Презентація має правильну структуру, вона добре організована. - Виконано більшість прийнятих критеріїв презентації.
4-6 балів	- Майже половина ідей презентації представлені так, що вони розкривають глибокі знання учнів з предмета. - Тема презентації визначена розпливчасто і недостатньо опрацьована.

	- Презентація має неоднозначну структуру і погано організована. - Не дотримуються загальноприйняті норми викладу.
1-3 бали	- Більшість ідей у презентації виражені нечітко. - Тема презентації чітко не визначена і слабо опрацьована. - Презентація має неоднозначну структуру або взагалі не існує. - У презентації багато порушень.

Оцінка навичок мислення дозволяє оцінити здатність учня пояснювати, аналізувати, застосовувати, оцінювати та синтезувати інформацію. Важливе, зокрема, вміння виділяти головне, порівнювати, визначати необхідну інформацію, ставити питання, говорити про проблеми, посилатися на упереджені судження, відокремлювати неправдиву інформацію від правильної, виявляти і встановлювати причинно-наслідковий зв'язок, робити висновки, перевіряти на практиці, знаходити правильні рішення.

Навички мислення можуть бути оцінені відповідно до таких критеріїв:

10-12 балів	- Учень вибирає всю інформацію, що стосується питання, логічно її впорядковує. - Використовує всі необхідні навички мислення. - Робить обґрунтовані висновки на основі даних.
7-9 балів	- Учень обирає більшу частину інформації, що стосується питання, логічно її організовує. - Використовує навички правильного мислення на достатньому рівні. - Робить обґрунтовані висновки на основі даних.
4-6 балів	- Учень обирає лише частину інформації, що стосується питання, логічно її впорядковує.

	- Не всі мисленнєві навички використовуються в деталях. - Учень роблять неповні висновки на основі наведеної інформації.
1-3 бали	- Учень вибирає невеликий обсяг інформації про проблему і логічно її впорядковує. - Наявне неправильне використання мисленнєвих навичок. - Робить неточні висновки на основі інформації або висновки взагалі відсутні.

РОЗДІЛ 3.
Приклади використання інтерактивних методів на уроках математики

3.1. Мозковий штурм

Мозковий штурм — це інтерактивний метод швидкого розв'язування задач, що ґрунтується на стимулюванні творчої активності учнів. Мозковий штурм можна проводити індивідуально, в парах або в командах.

Мета цього методу – це створення кількох розв’язків конкретної проблеми спільними зусиллями; збір якомога більшої кількості ідей щодо розв’язання певної (математичної) задачі; розвивати, комбінувати, змінювати власні та чужі ідеї; відсутність жодної критики; мотивація навчальної діяльності.

Це ефективний метод колективного обговорення, пошук рішень шляхом вільного висловлювання думок всіх учасників. Як свідчить практика, шляхом "мозкового штурму" всього за кілька хвилин можна визначити десятки ідей.

На уроці вчитель називає тему дискусії і запрошує учнів узяти участь у обговоренні шляхом "штурму", який організовується за такими етапами:

1. Усі учасники пропонують ідеї щодо розв'язання порушеної проблеми.

2. Ідеї записуються на дошці.

3. Якщо учні вважають кількість поданих ідей достатньою, запис ідей припиняється.

4. Після того як майже всі ідеї зібрані, вони групуються, аналізуються і відбираються.

5. Вибираються ті ідеї, що можуть допомогти розв’язати порушену проблему, додати нові, вилучити ті ідеї, які не стосуються теми, виділити найкращі [5].

Приклад 3.1. На уроці застосування знань і вмінь з теми «Властивості кореня n-го степеня» у 10 класі. На етапі актуалізації опорних знань, пропонуємо використати метод «Мозковий штурм». Вчитель формулює запитання та дає можливість висловитися всім бажаючим.

Назвіть властивості арифметичного кореня n-го степеня

Можливі відповіді учнів	
1. Корінь n-го степеня з добутку двох невід'ємних чисел дорівнює добутку коренів n-го степеня із цих чисел [16].	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b},$ $a \geq 0, b \geq 0$
2. Корінь n-го степеня з дробу, чисельник якого невід'ємний, а знаменник додатний, дорівнює кореню n-го степеня із чисельника, поділеному на корінь n-го степеня із знаменника [16].	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},$ $a \geq 0, b > 0$
3. Якщо n та k – натуральні числа, $a \geq 0$, то $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[kn]{a}$.	
4. Якщо n, k і m – натуральні числа і $a \geq 0$, то $\sqrt[mn]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^k}$.	
6. Якщо n – натуральне число, k – ціле число та $a > 0$, то $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$.	
6. Для будь-якого дійсного числа a та натурального числа $n, n \geq 0$, маємо: $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} \lvert a\rvert, \text{ якщо } n - \text{парне}, \\ a, \text{ якщо } n - \text{непарне}. \end{cases}$	

Приклад 3.2. На уроці застосування знань і вмінь з теми «Властивості кореня n-го степеня» у 10 класі. На етапі перевірки вивченого на попередньому уроці вчитель формулює запитання, дає можливість висловитися всім.

Наведіть якомога більше властивостей функції $y = x^a$.

Можливі відповіді учнів	
a – натуральне парне	$D(y) = (-\infty; +\infty)$. $E(y) = [0; +\infty)$. Парність: непарна. Спадає на проміжку: $x \in (-\infty; 0)$. Зростає на проміжку: $x \in (0; +\infty)$. Нулі функції: $x = 0$.
a – натуральне непарне	$D(y) = (-\infty; +\infty)$. $E(y) = (-\infty; +\infty)$. Парність: непарна. Зростає на проміжку: $x \in (-\infty; +\infty)$. Нулі функції: $x = 0$.
a – непарне від'ємне	$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Парність: непарна. Спадає на проміжку: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Нулі функції: немає.
a – парне від'ємне	$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. $E(y) = (0; +\infty)$. Парність: парна. Спадає на проміжку: $x \in (-\infty; 0)$. Зростає на проміжку: $x \in (0; +\infty)$. Нулі функції: немає.
a – нецілe додатне	$D(y) = [0; +\infty)$. $E(y) = [0; +\infty)$. Парність: індиферентна. Зростає на проміжку: $x \in [0; +\infty)$. Нулі функції: $x = 0$.
a – не ціле від'ємне	$D(y) = [0; +\infty)$. $E(y) = [0; +\infty)$. Парність: індиферентна.

	Зростає на проміжку: $x \in [0; +\infty)$. Нулі функції: немає.
$a = 0, x \neq 0$	$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. $E(y) = 1$. Парність: парна.

За допомогою методу мозкового штурму можна повторити відомості про квадратний корінь; сформувати поняття «корінь n-го степеня»; закріпити вивчені властивості коренів n-го степеня; розвивати пам'ять, мислення; чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати свою думку; аргументувати, доводити правильність твердження.

3.2. Метод «Мікрофон»

Інтерактивний метод навчання **"Мікрофон"** — це педагогічна техніка, при якій учні мають можливість висловлювати свої думки, власні ідеї, відповідати на запитання вчителя чи інших учнів, використовуючи (уявний) мікрофон.

Цей метод може бути корисним для навчання та розвитку комунікаційних навичок учнів, розвитку вміння виражати свої думки усно, а також для створення атмосфери взаємодії та обміну думками в класі. Зазвичай мікрофон використовується на уроках, де обговорюються питання, які потребують аналізу, дискусій та обгрунтування ідей. Учні мають можливість висловлювати свої власні погляди, слухати думки один одного та вчителя, реагувати на запитання та коментарі, що сприяє активному навчанню та збагаченню знань класу через взаємодію та обговорення. Метод "Мікрофон" може бути використаний на різних уроках та в різних предметах для створення активного та інтерактивного навчання, а також для розвитку навичок публічного виступу та взаємодії в групі.

Правила впровадження методу «Мікрофон»:

- говорити має право тільки той учень, у кого (уявний) мікрофон;
- відповіді не коментують і не оцінюють;
- коли хтось висловлюється, інші мають дотримуватися тиші.

Приклад 3.3. На уроці закріплення знань і вмінь з теми «Властивості кореня n-го степення» у 10 класі пропонуємо використати метод «Мікрофон» на етапі актуалізації опорних знань.

Запитання	Можливі відповіді учнів
1. Що ми називаємо коренем n-го степеня із числа a?	Коренем -го степеня з числа a називають таке число, n-й степінь якого дорівнює a.
2. Які властивості має корінь -го степеня?	Корінь -го степеня з добутку двох невід'ємних чисел дорівнює добутку коренів n-го степеня із цих чисел.
3. Які є особливості кореня -го степеня для різних значень n?	$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} \lvert a\rvert, \text{ якщо } n - \text{парне}, \\ a, \text{ якщо } n - \text{непарне}, \end{cases}$ $a \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}$.
4. Чи можна обчислити корінь -го степеня для від'ємних чисел?	Тільки якщо n – непарне.
5. Які властивості має функція, яка обчислює корінь -го степеня?	Корінь -го степеня з дробу, чисельник якого невід'ємний а знаменник додатний, дорівнює кореню n-го степеня з чисельника, поділеному на корінь n-го степеня із знаменника.

6. У чому відмінність арифметичного кореня від алгебраїчного кореня?	Арифметичний корінь існує тільки для невід'ємного числа і може дорівнювати тільки невід'-ємному числу.
7. Якою є ОДЗ для виразу $\sqrt[n]{a}$, якщо n – парне?	ОДЗ: $a \geq 0$.
8. Якою є ОДЗ для виразу $\sqrt[n]{a}$, якщо n – непарне?	ОДЗ: $a \in \mathbb{R}$.
9. Які ви знаєте тотожності з коренями n-го степеня?	$\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ - виконується тільки для коренів непарного степеня.
10. Де та в яких сферах ми можемо зустріти використання коренів n-го степеня в реальному житті?	1. У галузі комп'ютерної графіки корені n-го степеня використовуються для створення складних анімацій та ігрових об'єктів, таких як вогонь, дим, вологість та інші ефекти. 2. У сфері криптографії корені n-го степеня використовуються для шифрування та дешифрування даних, що забезпечує безпеку інформації. 3. У музичній та звуковій обробці корені -го степеня використовуються для створення різних звукових ефектів та обробки аудіо.

План конспект цього уроку з використанням методу «Акваріум» можна знайти в Додатку 4.

За допомогою цього методу учні повторюють теоретичні

відомості, які вивчали на попередніх уроках та які необхідні будуть для подальших розв'язувань різних задач. А саме метод «Мікрофон» забезпечить:

- розвиток інтелекту учнів, уміння аналізувати;
- уважність та повагу до інших учасників навчального процесу;
- розвиток логічного мислення та математичної мови.

Цей метод підходить для етапу актуалізації, адже за досить короткий час можна повторити великий обсяг потрібного матеріалу, а також перевірити знання у великої кількості учнів.

Приклад 3.4. На уроці засвоєння нових знань з теми: «Правила диференціювання. Таблиця похідних» у 10 класі, пропонуємо використати метод «Мікрофон», на етапі закріплення, систематизації та узагальнення.

Запитання	Відповіді учнів
1. Як обчислити похідну суми двох функцій?	Похідну суми двох функцій можна знайти, використовуючи правило: $(u+v)' = u' + v'$.
2. Як обчислити похідну різниці двох функцій?	Похідну різниці двох функцій можна знайти, використовуючи правило: $(u-v)' = u' - v'$.
3. Поясніть, як знайти похідну добутку?	Похідна добутку: $(uv)' = u'v + v'u$
4. Поясніть, як знайти похідну частки?	Похідну частки можна знайти використовуючи наступне правило: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2},\ v \neq 0$
5. Поясніть, що можна зробити, коли шукаємо похідну від функції, біля	Сталий множник, можна виносити за знак похідної.

якої знаходиться сталий множник?	
6. За якою формулою можна знайти похідну степеневої функції?	$(x^n)' = nx^{n-1}$, $n \in \mathbb{Z}, x -$ будь-яке число $(x \neq 0$ при $n \leq 1)$
7. Чому дорівнює похідна константи?	Похідна константи дорівнює нулю.
8. Похідні яких тригонометричних функцій ви знаєте?	Похідні тригонометричних функцій: $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Метод «Мікрофон» дає можливість кожному висловлювати думку, швидко, по черзі, відповідаючи на запитання. Ця технологія підходить для використання на будь-яких етапах уроку. Проте на етапі закріплення вивченого матеріалу цей метод вважають найдоречнішим. Адже, відповідаючи на питання, учні ще раз проговорюють та запам'ятовують найважливіші питання, які вивчали на уроці. Вчитель оцінює найактивнішого учасника гри «Мікрофон».

Приклад 3.5. Під час вивчення теми "Значення синуса, косинуса, тангенса та котангенса для деяких кутів" у 10 класі етапі закріплення вивченого на уроці пропонуємо провести за допомогою методу "Мікрофон". Учням пропонується заповнити таблицю 3.2.1 значень тригонометричних функцій для деяких конкретних кутів, наприклад: 30° , 45° , 60° , 90° .

Таблиця 3.2.1.

a	30°	45°	60°	90°
sin a				
cos a				
tg a				
ctg a				

Приклад 3.6. На уроці закріплення знань і вмінь з теми «Властивості кореня n-го степеня» у 10 класі на етапі розв'язування вправ пропонуємо зіграти гру «Математичний хокей».

Першого учасника обирає вчитель. Він демонструє презентацію, в якій містяться запитання для гри. Після кожного запитання відображається правильна відповідь. Якщо учень відповів правильно, то гол учителю, якщо ж ні – то гол у ворота учнів. Учні можуть «пасувати» запитання іншому учаснику [13].

Запитання				
1. При яких значеннях змінної вираз $\sqrt{a}$ має зміст?				
А $a < 0$	Б $a > 0$	В $a \leq 0$	Г $a \geq 0$	Д $a \neq 0$
2. Якщо змінні набувають тільки невід'ємних значень, то вираз $2ab^2\sqrt[3]{a^2b}$ тотожно дорівнює виразу …				
А $\sqrt[3]{2a^3b^3}$	Б $\sqrt[3]{2a^4b^5}$	В $\sqrt[3]{8a^3b^3}$	Г $\sqrt[3]{2a^5b^7}$	Д $\sqrt[3]{8a^5b^7}$
3. Арифметичним квадратним коренем із числа a є …				
А від'ємне число	Б додатне число	В невід'ємне число	Г недодатне число	Д число 0

4. Після винесення множника з-під знака кореня у виразі $\sqrt{a^5 b}$, вважаючи, що змінні набувають тільки невід'ємних значень, отримали…

А	Б	В	Г	Д
$a\sqrt{ab}$	$a^2\sqrt{ab}$	$ab\sqrt{a}$	$a^4\sqrt{ab}$	$a^5\sqrt{b}$

5. Обчисліть: $\sqrt[4]{16} - \sqrt[3]{-27}$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	5	7	43

6. Обчисліть: $\sqrt[4]{625} - \sqrt[3]{-125}$.

А	Б	В	Г	Д
0	5	25	10	30

7. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{12}{\sqrt{3}}$

А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{3}$	$36\sqrt{3}$	$12\sqrt{3}$	$9\sqrt{3}$	12

8. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{15}{\sqrt{5}}$

А	Б	В	Г	Д
$75\sqrt{5}$	$15\sqrt{5}$	15	$3\sqrt{5}$	$5\sqrt{3}$

9. Запишіть вираз $\left(\frac{x * x^{-3}}{x^{-4}}\right)^{-2}$ у вигляді степеня з основою x.

А	Б	В	Г	Д
x^{-2}	x^{-4}	x^2	x^4	1

10. Укажіть правильну нерівність, якщо

$$a = 4, b = 2\sqrt{5}, c = \sqrt{17}$$

А	Б	В	Г	Д
$b < c < a$	$a < b < c$	$c < a < b$	$a < c < b$	$b < a < c$

11. Укажіть правильну нерівність, якщо

$$a = 5\sqrt{2}, b = 7, c = \sqrt{51}$$

А	Б	В	Г	Д
$b < c < a$	$a < b < c$	$c < a < b$	$a < c < b$	$b < a < c$

12. Запишіть вираз $\left(x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{-\frac{1}{3}}\right)^{2\frac{2}{5}}$ у вигляді степеня з основою x.

А	Б	В	Г	Д
x^2	x^4	x	1	x^{-1}

Відповіді:

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Відповідь	Г	Д	В	Б	В	Г	А	Г	Б	Г	Д	В

Під час цієї гри пропонуємо використати метод оцінювання – самооцінювання. Критерії оцінювання: кожен 1 «забитий гол» вчителю дорівнюють 1 балу з 12-бальної системи оцінювання. Учні самостійно співвідносять власні результати з розробленими критеріями оцінювання та аналізують власні результати. Отримані бали додаються до загальної оцінки за урок.

3.3. Робота в трійках, малих або великих групах

Робота в групах (або *групова робота*) – це метод навчання, при якому учні поділяються на невеликі групи для спільного виконання навчальних завдань, обговорення концепцій, створення проєктів, розв'язання проблем або реалізації завдань. Цей метод педагогічної роботи спрямований на підвищення взаємодії між учнями, спільну роботу та взаєморозуміння, що допомагає поліпшити навчання й розвивати соціальні навички учнів.

Робота в групах може бути використана для вивчення різних предметів та навичок, включаючи математику, мови, науки, мистецтво, а також для виконання різних типів завдань, від задач до творчих проєктів. Розповімо докладніше про роботу в групах як метод навчання.

Формування груп: вчителі або інструктори формують групи учнів, можливо, з різних рівнів навчання, для того, щоб забезпечити різноманітність підходів та знань. Групи можуть бути створені випадково або з урахуванням певних критеріїв.

Завдання та активності: групи отримують конкретні завдання, які можуть бути адаптовані для вивчення конкретної теми чи мети. Ці завдання можуть включати розв'язання задач, дослідницьку роботу, підготовку проєктів, обговорення та інше.

Спільна робота: учні спільно працюють над завданнями та обмінюються ідеями. Вони можуть використовувати різні підходи, відповідати один одному на питання, надавати допомогу іншим членам групи та обговорювати варіанти розв'язання проблеми.

Активний навчальний процес: робота в групах сприяє активному навчанню, оскільки учні взаємодіють, досліджують питання та розв'язують завдання самостійно.

Розвиток соціальних навичок: учні навчаються співпрацювати, слухати один одного, залагоджувати конфлікти та обмінюватися ідеями. Це сприяє розвитку комунікативних і міжособистісних навичок.

Активна роль учителя: вчитель або інструктор може виступати як модератор, надаючи допомогу групам за необхідності, створюючи сприятливу навколишню середу та вказуючи на ключові моменти.

Оцінка: учитель може оцінювати як індивідуальні досягнення учнів, так і результати групової роботи, включаючи якість виконання завдань, взаємодію та співпрацю в групах.

Робота в групах може бути використана для різних предметів та рівнів навчання, і вона сприяє поліпшенню як навчальних результатів, так і соціального розвитку учнів.

Приклад 3.7. На уроці застосування знань і вмінь з теми «Монотонність і неперервність функції» у 10 класі на етапі закріплення вивченого матеріалу пропонуємо попрацювати в групах, а також виконати наступне завдання.

Завдання: Зобразіть схематично графік функції $f(x)$, якщо:

1) $f(x)$ зростає на проміжку $[-4;2]$ і спадає на проміжку $(2;4]$.

2) $f(x)$ зростає на проміжках $(-5;-2]$ та $(1;4)$ і спадає на проміжку $(-2;1]$.

Усі групи отримують однакові карточки із завданням. Проте

зображенням розв'язків може бути дуже багато різних варіантів. Після виконання цієї роботи кожна група обмінюється своїми ідеями та демонструє варіант свого графіка, що сприяє кращому засвоєнню теми й охопленню більшості можливих розв'язків цього завдання. Можливі розв'язки завдання можна побачити в Додатку 1.

Приклад 3.8. На уроці застосування знань і вмінь з теми «Монотонність і неперервність функції» у 10 класі. На етапі закріплення вивченого матеріалу можна використати інтерактивний метод навчання – робота у великих групах. Формуємо дві групи. Кожна група отримує завдання.

Завдання для I групи
Побудуйте графік функції та знайдіть проміжки, на яких вона зростає, та проміжки, на яких вона спадає.
$f(x)=\begin{cases}\dfrac{8}{x}, \text{ якщо } x\le -4,\\ 0{,}5x, \text{ якщо } -4<x\le 4,\\ \sqrt{x}, \text{ якщо } x\ge -4.\end{cases}$
Завдання для II групи
Побудуйте графік функції та знайдіть проміжки, на яких вона зростає, та проміжки, на яких вона спадає.
$f(x)=\begin{cases}x, \text{ якщо } x<1,\\ \sqrt{x}, \text{ якщо } 1\le x\le 4,\\ \lvert x-6\rvert, \text{ якщо } x>4.\end{cases}$

Під час виконання цього завдання кожен учасник групи бере участь у виконанні завдання та відповідає за певний етап обчислення, адже завдання досить складне та вимагає злагодженої роботи. Учні використовували різні підходи, ставили один одному запитання, надавали допомогу іншим членам групи та обговорювати варіанти виконання завдання. Практика показує, що цей метод забезпечує глибше розуміння розгляданої теми. Учні, працюючи в групах, допомагають один одному краще

зрозуміти тему.

Приклад 3.9. На уроці застосування знань і вмінь з теми «Формули зведення» у 10 класі на етапі розв'язування завдань можна запропонувати учням зіграти гру «Тригонометричне доміно».

«Доміно — настільна гра, у якій гравці почергово викладають на ігровому столі гральні кісточки, одна до одної, боками з однаковою кількістю балів. Стандартний набір доміно має 28 прямокутних кісточок. Вони поділені на дві рівні частини, на яких розміщені бали від 0 до 6. У спеціалізованих наборах кількість балів може бути до 9, 12, 15 і 18. Кількість кісточок у доміно розраховується за формулою $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$, де n — максимальна кількість балів» [9].

Ми пропонуємо розробити класичний варіант доміно, який складається з 28 карточок, на яких замість балів записуємо тригонометричні формули зведення для

$$\sin a, (-\sin a), \cos a, (-\cos a), \quad \mathrm{t}g\ a, \qquad \mathrm{ctg}\ a.$$

Правила гри: групи по черзі повинні доповнювати ланцюжок доміно, використовуючи при цьому формули зведення, щоб функції збігалися. Роздатковий матеріал наведено в Додатку 2.

3.4. Рольові ігри

Метод рольових ігор має відповідати чотирьом критеріям: найголовніше – це зміст; є цілі, яких потрібно досягнута в процесі; діяльність оцінюється за результатами; між учнями відбувається взаємодія. Так увага аудиторії зосереджується не лише на математиці, але й на цілях і видах діяльності, які можуть визначити вчитель чи учні. Творчі рольові ігри надихають учнів використовувати свою уяву, заохочують думати й говорити.

Рольові ігри відрізняються від інших методів навчання тим, що дозволяють учням брати участь у розробці теми, яку вони

вивчають, даючи їм можливість деякий час «пожити» як хтось інший та спробувати свої сили у своїй справі. в конкретних життєвих ситуаціях. Водночас необхідно підкреслити, що рольові ігри не замінюють традиційні методи навчання, а розумно їх доповнюють.

Рольова гра проводиться в кілька етапів. Спочатку вчитель оголошує тему, цілі, інформує учасників про зміст кожної ролі, а потім створює рольові групи, оголошує завдання. На наступному етапі учасники гри готуються до обговорення завдання, тобто формують спільну думку щодо питання, яке необхідно вирішити на уроці, або виробляють стратегію поведінки в класі. Коли учні готові, починається етап обговорення проблеми або розігрування «реальної» ситуації. Одна за одною виступають різні групи персонажів, які висловлюють свою позицію з питань, що аналізуються, або демонструють виконання необхідних дій. Під час гри ведучий-вчитель визначає змістову лінію розбору теоретичної проблеми чи практичної ситуації, дає додаткові запитання та ставить завдання. Він закликає усіх учасників грати в атмосфері добра, взаємодопомоги та рівності. Педагог завершує заняття підбиттям підсумків, наголошуючи на змісті та реалізованості психологічно-методичного задуму.

Метод «Трикутник Уолда Діснея» – техніка креативного мислення, яка здійснюється за допомогою рольової гри, в якій учасники розглядають поставлену задачу з трьох точок зору: Мрійники (що лише пропонують ідеї), Реалісти (визначають, як втілити ідею), Критики (аналізують доцільність ідеї). На виконання кожної ролі відводиться 10-30 хв. Групи після того, як висловилися, тобто пройшли одне коло, можуть помінятися ролями. Таких обмінів ролями можна зробити стільки, скільки буде потрібно, щоб знайти правильне вирішення поставленого завдання.

Етапи роботи з ідеями:

Мрійники відповідають на запитання: «Що ми можемо зробити?».

- Формування ідей.
- Жодних обмежень для фантазії.
- Жодної критики ідей.
- Жодних питань або обговорень.

Реалісти відповідають умовно на питання: «Чи можемо ми це зробити?».

- Обговорення ідей.
- Відбір ідеї для реалізації.
- Визначення інструментів реалізації.

Критики визначають: «Як ми це зробимо?».

- Аналіз та критика ідей.
- Доопрацьовування обраних ідей.
- Затвердження ідеї і методів її реалізації.

Запропонував цей метод Американський тренер поведінкових навичок та бізнес-консультант Роберт Ділтс.

Приклад 3.10. На уроці алгебри у 10 класі під час вивчення теми «Похідна функції» актуалізацію опорних знань можна провести за допомогою цього методу.

Приклад питань для кожної групи №1:
Мрійники: Які формули диференціювання ви знаєте? *Реалісти:* Як вони використовуються у розв'язуванні задач? *Критики:* Чи правильно підібрані формули та їх використання для виконання вправ?
Приклад питань для кожної групи №2:
Мрійники: Похідні яких функцій ви можете назвати? Які функції недиференційовні? *Реалісти:* Як відбувається процес знаходження похідної функції? Чому деякі функції можуть бути недиференційованими?

Критики: Чи правильно підібрані похідні функцій та методи їх знаходження? Як ми доведемо недиференційовність деяких функцій?

3.5. Створення різної наочності

Виготовлення математичних коміксів або мемів. Виготовлення математичних коміксів може бути цікавим і ефективним методом інтерактивного навчання математики, особливо з точки зору залучення учнів до предмета та розвитку їх творчих та аналітичних навичок, логічного та творчого мислення. Вони мають захоплюючий сюжет, а отже, підсилюють інтерес до математики.

У шкільні математиці мало уваги звертають на історію математики, на тих вчених та науковців, які власне й відкрили та сформулювали / довели означення, теореми, що вивчаються в математиці. Саме тому створення коміксів можна використовувати як домашнє завдання, щоб дізнатися більше про відомих математиків та про їх відкриття. Крім того, учні можуть створити героїв, які розв'язують математичні задачі або вигадати історії, де математика використовується для вирішення певних питань.

Такий метод навчання також дозволяє учням візуалізувати математичні концепції та застосовувати їх у конкретних ситуаціях, що сприяє глибшому розумінню та запам’ятовуванню матеріалу.

Приклад 3.11. Учні отримали домашнє завдання – підготувати короткий комікс або мем про математичні терміни, які вивчалися протягом року.

Приклади таких робіт наведено у Додатку 3, рисунки 1-4.

Приклад 3.12. На уроці застосування знань і вмінь з теми «Властивості корення n-го степеня» у 10 класі, на етапі закріплення вивченого матеріалу можна використати заготовки комік-

сів, куди учням потрібно буде тільки вписати найголовніше чи найцікавіше, що вони вивчили на уроці. Приклад роздаткових матеріалів ми навели у Додатку 3 (рис. 5 – 7).

Меми для таких коміксів можна малювати самостійно або використати одну із програм для створення такого виду наочності, наприклад: *StoryboardThat, Canva, iLoveIMG, Write Comics, Pixton, Witty Comics* тощо.

Виготовлення ментальних карт. Інформація щодо ментальних карт загальновідома. Щоб не збільшувати обсяг даного посібника, наведемо лише приклади застосування онлайн-програми *SpiderScribe* для створення ментальних карт для вивчення розділу «Многогранники» в 11 класі.

Приклад 3.13. Ментальну карту (рис.3.5.1) можна використовувати на уроці узагальнення знань, умінь та навичок із розділу «Многогранники».

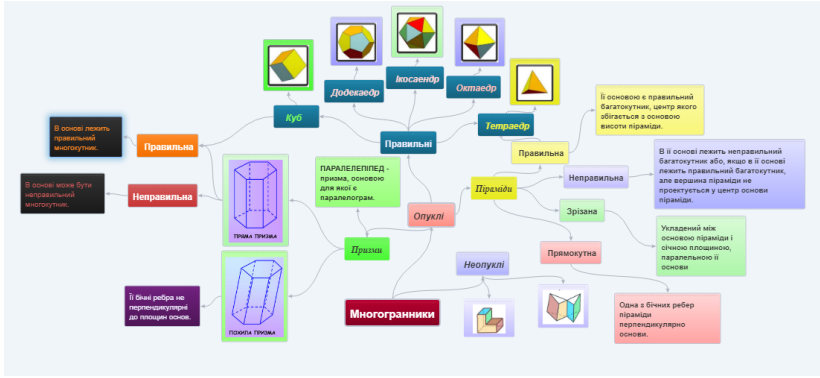


Рис. 3.5.1

Заповнення карти пропонуємо зробити учням під час одного із завершальних уроків по цій темі, використовуючи інтерактивний метод «Мозковий штурм». Це дозволить краще візуалізувати ідеї та структурувати інформацію, що в свою чергу стане доброю підготовкою до контрольної роботи з цієї теми.

Приклад 3.14. Ментальну карту, наведену на рис. 3.5.1, можна застосувати також і як елемент рефлексії на уроках з розділу «Многогранники». Поступово вивчаючи нові многогранники та їх властивості, учні будуть доповнювати карту, використовуючи при цьому інтерактивні методи «Робота в парах» чи «Мікрофон».

Приклад 3.15. Ментальну карту, наведену на рис. 3.5.2, можна використовувати на комбінованому уроці, на етапі актуалізації знань і вмінь з теми «Випадкова подія. Класичне означення ймовірності». Заповнення карти пропонуємо зробити учням, використовуючи інтерактивний метод «Доповни речення».



Рис. 3.5.2

3.6. Метод «Ажурна пилка»

Цей вид діяльності в класі дає можливість разом вивчити велику кількість інформації за короткий проміжок часу та заохочує учнів допомагати один одному під час навчання. При використанні методу «Ажурної пилки» учні повинні бути готові працювати в різних групах.

Опишемо алгоритм використання цього методу.

Спочатку учні працюють у «домашній» групі. Далі, вже в

іншій групі вони виступають «експертами» з питань, над якими працюють у «домашній» групі, та отримують інформацію від представників цих інших груп. Відтак учні повертаються до своєї «домашньої» групи, щоб поділитися новою інформацією, наданою членами інших груп та членами «домашньої групи».

«Домашня» група

Кожна група отримує завдання, вивчає його та обговорює матеріал. Рекомендується, щоб у групі були голова, хронометрист (особа, яка фіксує час) і особа, яка ставить запитання, щоб пересвідчитись, що кожен учасник зрозумів зміст матеріалу.

«Експертні» групи

Коли вчитель ділить учнів на нові групи, вони стають експертами з теми, яку вивчає «домашня» група. Учні по черзі намагаються якісно та повно донести інформацію до учасників нової групи й отримати від них нову інформацію протягом визначеного вчителем часу. На уроках математики цей метод зручно використовувати під час вивчення нового матеріалу та закріплення знань, вивчених на попередньому занятті.

Приклад 3.16. На уроці засвоєння нових знань з теми «Тригонометричні рівняння» у 10 класі на етапі закріплення вивченого та розв'язування завдань можна використати інтерактивний метод «Ажурна пилка».

Учні діляться на 3 групи. Кожна група отримує по 6 рівнянь, які вони повинні розв'язати за допомогою способів, опрацьованих попередньо на уроці (при цьому учням дозволяємо користуватися таблицею значень тригонометричних функцій):

	Рівняння	Відповіді учнів
І група	1) $\sin x = \frac{1}{2}$;	1) $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
	2) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;	2) $x = (-1)^k \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
	3) $\cos x = 1$;	3) $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

	4) $\mathrm{t}g\,x = \sqrt{3}$; 5) $\cos\frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$; 6) $\mathrm{ctg}\,x = 1$.	4) $x = \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 5) $x = \pm\frac{4\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 6) $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.
II група	1) $\cos x = \frac{1}{2}$; 2) $\sin x = 1$; 3) $\sin\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\mathrm{tg}\,x = 1$; 5) $\sin 2x = 1$; 6) $\mathrm{ctg}\,x = \sqrt{3}$.	1) $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 2) $x = (-1)^k\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 3) $x = (-1)^{k+1}\frac{2\pi}{3} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 4) $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 5) $x = (-1)^k\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 6) $x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.
III група	1) $\mathrm{ctg}\,x = 1$; 2) $\sin x = -\frac{1}{2}$; 3) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\cos\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 5) $\mathrm{tg}\,x = \frac{\sqrt{3}}{3}$; 6) $\mathrm{ctg}\,x = -1$.	1) $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 2) $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 3) $x = (-1)^k\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 4) $x = \pm\frac{\pi}{2} + 4\pi k, k \in \mathbb{Z}$; 5) $x = \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; 6) $x = \frac{3\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Оцінювання учнів	
1. За кожне розв'язане рівняння група отримує 1 бал.	0-6 балів
2. Всі учасники групи залучені до процесу.	0-2 бали
3. Під час виконання завдань учні аргументували та пояснювали математичні міркування.	0-2 бали
4. Запропоновано кілька способів розв'язування.	0-2 бали

3.7. Метод «Акваріум»

Ефективним способом для розвитку вміння дискутувати є «Акваріум».

Після того, як учитель ділить учнів на дві-чотири групи та дає їм завдання для роботи і необхідну інформацію, одна з груп сідає в центр класу, утворюючи внутрішнє коло («акваріум»). [13] Всі учасники цієї групи починають обговорювати питання, поставлені вчителем. Інші учні мовчки спостерігають за обговоренням.

Щоб виконати свою місію, робоча група має:

- читати завдання вголос;
- проводити групові дискусії та використовувати метод дискусії для знаходження розв'язку.

На виконання цієї роботи група має 3-5 хвилин. Всі інші учні в класі на цьому етапі можуть лише слухати, їм не дозволяється втручатися у процес обговорення. Після завершення відведеного часу учасники групи, які були в «акваріумі», займають свої місця, а вчитель починає опитувати клас:

- Чи погоджуєтеся ви з думкою групи?
- Чи досить підстав і доказів для такої думки?
- Які аргументи ви вважаєте найпереконливішими?

Після цього місце в «акваріумі» займає інша група, обговорюючи наступну ситуацію (задачу, проблему).

Отже, впродовж уроку кожна група учнів по черзі відвідує «акваріум», а потім вчитель обговорює й оцінює результати роботи кожної групи на уроці.

Цей метод рекомендується використовувати на етапах систематизації та узагальнення, де учні обговорять певні питання та завдання, саме так вони краще засвоюватимуть викладений матеріал.

Приклад 3.17. На уроці засвоєння знань з теми «Монотон-

ність та неперервність функцій. Парні та непарні функції» у 10 класі на етапі закріплення вивченого матеріалу пропонуємо використати метод «Акваріум».

Для цього вчитель ділить учнів класу на три команди. Перша команда пересідає в коло в центрі класу, яке можна сформувати зі стільців та парт. Учні цієї групи отримують карточки із завданнями. Група отримує на виконання завдання 5 хвилин. Інші учні слухають обговорення і виконання завдань команди, яка знаходиться в «акваріумі».

Коли приходить час, група займає свої місця, а вчитель починає опитувати клас:

- Чи правильно учасники групи дослідили задані функції на парність?
- Які властивості вони при цьому використовували?
- Чи погоджуєтеся ви з тими аргументами, які навела перша команда?

Після цього «акваріум» заповнюють інші учні, отримуючи свої завдання. Отже, кожна група по черзі відвідує «акваріум». Після цього обговорюються результати роботи кожної групи на уроці.

Наведемо зразки тих завдань, з якими працюватимуть учні в «акваріумі».

Картка №1	
Дослідіть функцію на парність:	
1) $f(x) = x + x^5$;	2) $f(x) = x + \frac{3}{x}$;
3) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$;	4) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$.

Картка №2	
Дослідіть функцію на парність:	
1) $y = x^2 - \lvert x \rvert$;	2) $y = \lvert x^7 \rvert$;
3) $y = \frac{x^2}{x+1}$;	4) $y = \sqrt{x}$.

Картка №3	
Дослідіть функцію на парність:	
1) $f(x) = x + x^7$;	2) $y = \|x^9\|$;
3) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$;	4) $f(x) = 2x + \frac{4}{x}$.

Оцінювання відбувається за такою схемою:

Критерії, які оцінює вчитель	
Виконання поставленого завдання	
1. Завдання виконано групою повністю.	2 бали
2. Завдання виконано частково.	1 бал
3. Завдання не виконано.	0 балів
Презентація виконаного завдання	
1. Завдання презентовано цікаво, наявна аргументація розв'язків.	2 бали
2. Завдання презентовано без аргументів, наведено тільки правильні відповіді.	1 бал
3. Завдання презентовано, проте допущено багато помилок, відповідь неправильна.	0 балів
Участь усіх членів групи	
1. Всі члени групи були залучені до співпраці.	2 бали
2. Лише частина учнів була залучена до співпраці.	1 бал
Самооцінювання учнів: кожен учень оцінює себе за визначеними критеріями, набираючи бали від 0 до 6	
1. Я брав(-ла) активну участь у роботі групи.	2 бали
2. Я вносив(-ла) вдалі пропозиції, які врахувала група.	1 бал
3. Я надавав(-ла) підтримку іншим членам групи, заохочував(-ла) їх до роботи.	1 бал
4. Я вдало узагальнював(-ла) думки інших і просував(-ла) роботу групи вперед.	1 бал
5. Я доповідав(-ла) класу про результати групової роботи.	1 бал

Зауваження. Розширений план-конспект цього уроку з використанням методу «Акваріум» наведено в Додатку 5.

Приклад 3.18. На уроці засвоєння знань з теми «Властивості кореня -го степення» у 10 класі на етапі закріплення вивченого матеріалу пропонуємо використати метод «Акваріум» наступним чином.

Учитель об'єднує учнів у групи по 4-6 осіб. Кожна група по черзі сідає в центрі класу та обговорює шляхи виконання отриманого завдання. Учні із зовнішнього кола спостерігають за ходом міркувань. Після закінчення відведеного для дискусії часу група повертається на свої місця, а вчитель ставить решті учнів класу такі запитання:

1. Чи погоджуєтесь ви з думкою групи?
2. Чи була ця думка достатньо аргументованою, доведеною?
3. Який із аргументів ви вважаєте найбільш переконливим?

Завдання для I групи	Відповіді учнів
Чи має зміст вираз: 1) $\sqrt{12 * 14 - 13^2}$; 2) $\sqrt{2009^2 - 2008^2}$; 3) $\sqrt{1000^2 - 1001^2}$.	1) $\sqrt{12 * 14 - 13^2} = \sqrt{168 - 169} =$ $= \sqrt{-1}$ – вираз не має змісту. 2) $\sqrt{2009^2 - 2008^2} =$ $= \sqrt{(2009 - 2008)(2009 + 2008)} =$ $= \sqrt{1 * 4017} = \sqrt{4017}$ – має зміст. 3) $\sqrt{1000^2 - 1001^2} =$ $= \sqrt{(1000 - 1001)(1000 + 1001)} =$ $= \sqrt{-1 * 2001} = \sqrt{-2001}$ – вираз не має змісту.

Завдання для II групи	Відповіді учнів
Розв'яжіть рівняння: 1) $3\sqrt{x} + 7 = 0$; 2) $\frac{16}{\sqrt{x+1}} = 4$; 3) $7\sqrt{2x - 5} - 14 = 0$.	1) $3\sqrt{x} + 7 = 0$; $\sqrt{x} = -\frac{7}{3}; x \neq \emptyset$. 2) $\frac{16}{\sqrt{x+1}} = 4$; ОДЗ: $x > -1$; $\sqrt{x+1} = 4; x = 15$. 3) $7\sqrt{2x - 5} - 14 = 0$; ОДЗ: $x > 2{,}5$;

	$\sqrt{2x-5}=2;\ x=4{,}5.$

Завдання для ІІІ групи	Відповіді учнів
При яких значеннях a має зміст вираз: 1) $\sqrt{-a}$; 2) $\sqrt{a^{10}+1}$; 3) $\sqrt{-(a+3)^2}$.	1) При $a \leq 0$. 2) a — будь-яке число. 3) Вираз не має змісту при будь-яких значеннях змінної, крім $a=-3$.

На завершення відбувається обговорення роботи в групах та підбиття підсумків. Оцінювання відбувається так: учні отримують картки взаємооцінювання, де мають оцінити кожного учасника іншої групи. Перша група оцінює другу групу, друга група оцінює третю групу, відповідно, третя група оцінює першу групу.

Карта для взаємооцінювання						
Оцініть учасників іншої групи за кожним критерієм від 0 до 2 балів						
Впишіть ім'я кожного учасника:						
1. Активна участь у роботі групи.						
2. Вносив вдалі пропозиції, які врахувала група.						
3. Запропонував цілком нову ідею, що сподобалась іншим.						
4. Усі пропозиції були чітко аргументовані.						

5. Виконав правильно одне чи більше завдань.						
6. Доповідав класу про результати групової роботи.						
Всього балів:						

Зауваження. Розширений план-конспект цього уроку з використанням методу «Акваріум» наведено в Додатку 4.

Висновки

Впровадження інтерактивних методів навчання на уроках математики в ЗЗСО є значущим кроком у полі педагогічних інновацій, спрямованих на поліпшення ефективності освітнього процесу. Здобутки цієї практики виявляються в численних перевагах, які вона принесла.

Однією з ключових переваг інтерактивних методів є залучення всіх учнів до активного навчання. Групова робота, використання технологій та обговорення математичних концепцій стимулюють інтерес до предмета та сприяють розумінню складних тем. Учителі, які використовують інтерактивні методи, часто зауважують поліпшення мотивації учнів та зменшення рівня відмов від навчання. Як наслідок, використання інтерактивних методів сприяє розвитку критичного мислення та спроможностей розв'язування проблем. Учні навчаються співпрацювати, аналізувати та представляти математичну інформацію, що сприяє розвитку їх комплексних навичок.

Проте необхідно враховувати, що інтерактивні методи також стикаються з викликами — це і нестача ресурсів, часові обмеження та потреба у висококваліфікованих педагогах. Однак на основі власного досвіду та досвіду інших вчителів бачимо, що інтенсивне навчання та підготовка можуть зменшити ці труднощі.

Отже, інтерактивні методи навчання на уроках математики є потужним інструментом для зміцнення якісної освіти. Їх послідовне впровадження забезпечує створення комфортного стимулюючого середовища, де учні можуть розвивати свої математичні здібності, критичне та творче мислення.

Крім того, інтерактивні методи навчання на уроках математики сприяють індивідуалізації процесу навчання, дозволяючи вчителям адаптувати підхід до конкретних потреб конкретного учня. Різноманітні форми співпраці та використання інтерактивних засобів дозволяють учням з різними стилями навчання здобувати знання в спосіб, що найбільше відповідає їх потребам та

індивідуальним особливостям. Окрім того, інтерактивні методи стимулюють творчість та інновації. Учні, взаємодіючи між собою та використовуючи різноманітні ресурси, навчаються застосовувати математичні знання для розв'язування реальних проблем. Це не лише сприяє глибшому розумінню предмета, але й готує учнів до майбутніх викликів інформаційного суспільства.

Під час апробації інтерактивних методів навчання у педагогічній діяльності можна помітити, що інтерактивні методи навчання створюють сприятливий ґрунт для розвитку комунікативних навичок учнів. Взаємодія в групах, обговорення математичних концепцій та спільне виконання завдань сприяють розвитку навичок комунікації, взаєморозуміння та уміння виразно висловлювати свої думки. Зокрема, такі методи, як «Мозковий штурм» та «Мікрофон», сприяють глибшому засвоєнню матеріалу та активній участі учнів у навчальному процесі, розвивають їх комунікативні та публічні навички. Ці методи дозволяють вчителю надавати негайний зворотний зв'язок щодо відповідей та ідей учнів, сприяючи їх негайній корекції та вдосконаленню розуміння матеріалу. При цьому можна помітити, що учні частіше беруть участь у дискусіях та виконанні математичних завдань, коли вони можуть висловлювати свої думки відкрито та використовувати «мікрофон» для спілкування.

«Робота в трійках, малих чи великих групах» певною мірою, знижує стрес та страх, пов'язаний із математичними задачами, оскільки учні відчувають підтримку один одного та можуть разом виконати завдання. Проте, труднощі під час використання цього методу можуть виникнути на етапі оцінювання. Працюючи в групі, зрозуміло, що кожен її учасник буде задіяний у процесі роз'язання, але це залучення може бути з різною активністю. Тому оцінити саме індивідуальний внесок у результат кожного учня може бути дещо складно, адже оцінюється вся команда.

Зазначимо також, що створення різної наочності (комікси, меми) роблять математику більш доступною та захопливою для

учнів, особливо 5-8 класів ЗЗСО. Використання відповідних педагогічних інструментів і програмних засобів повинно сприяти поліпшенню якості навчання та забезпечувати учням нові можливості для ефективного засвоєння матеріалу.

Крім того, важливо враховувати, що інтерактивні методи навчання в математиці сприяють розвитку творчого мислення учнів. Вони дозволяють учням застосовувати математичні концепції у нетрадиційних ситуаціях, розвиваючи при цьому їх уявлення та здатність до творчого розв'язання проблем.

Інтерактивні методи сприяють формуванню самостійності та відповідальності учнів за власне навчання. Взаємодія з іншими учнями та виконання завдань в групах розвивають навички самоорганізації та вміння працювати над власними помилками.

Інтерактивні методи навчання математики динамічні та такі, що постійно розвиваються. Їх впровадження вимагає від вчителя гнучкості й готовності до адаптації, до змін в освітньому середовищі та потребах учнів.

Загалом, інтерактивні методи навчання на уроках математики є надзвичайно важливим ресурсом для сучасної освіти, який сприяє розвитку різноманітних навичок учнів та створює стимулююче середовище для їх особистісного та академічного зросту.

Враховуючи вищезазначені переваги та потреби сучасного навчання, можна зробити висновок, що інтерактивні методи навчання на уроках математики мають потенціал стати основною складовою успішного освітнього процесу. Проте для їх реалізації потрібно постійно вдосконалювати підготовку вчителів, стимулювати їхню творчість, надавати необхідні ресурси для впровадження цих методів на практиці.

Інтерактивні методи навчання не лише збагатять процес навчання математики, але й сприятимуть формуванню компетентних, творчих та критично мислячих особистостей.

Література

1. Активні та інтерактивні методи навчання / уклад. О. Кравчина. Київ : ЦІННО АПН України, 2003. 32 с.

2. Венгрин Ю., Боднарук С. Методичні особливості використання інтерактивних методів при проведенні уроків та оцінюванні знань учнів з математики в старшій школі ЗЗСО. *Математика та інформаційні технології : Матеріали міжнар. наук. конференції, присвяченої 55-річчю ф-ту математики та інформатики*, м. Чернівці, 28–30 верес. 2023 р. Чернівці, 2023. С. 167–168.

3. Венгрин Ю. Методичні особливості використання інтерактивних методів при проведенні уроків та оцінюванні знань учнів з математики в старшій школі ЗЗСО. *Матеріали студентської наукової конференції Чернівецького національного університету ім. Юрія Федьковича. Факультет математики та інформатики*, м. Чернівці, 25–26 квіт. 2023 р. Чернівці, 2023. С. 17–18.

4. Венгрин Ю. Система тестових завдань для підсумкового контролю знань учнів з курсу “Математика” в 6-му класі. *Матеріали студентської наукової конференції Чернівецького національного університету ім. Юрія Федьковича Факультет математики та інформатики*, м.Чернівці, 12-14 квіт. 2022 р. Чернівці, 2022. С. 15-16.

5. Використання інтерактивних методик навчання — шлях до саморозвитку та самоефективності на уроках географії. *Освітній проект «На Урок» для вчителів*.

URL: http://surl.li/ocekz (дата звернення: 11.04.2024).

6. Цивенко Я. Використання інтерактивних технологій навчання на уроках математики : метод. рек. Маріуполь : Маріуп. центр професійно – техн. освіти, 2010. 55 с.

7. Використання інтерактивних форм і методів навчання. *Освітній проект «На Урок» для вчителів*.

URL: http://surl.li/gwetz (дата звернення: 11.04.2024)

8. Голубцова І. А. Впровадження інтерактивних технологій. Організація навчально-виховного процесу. 2007. № 9. С. 161-173.

9. Учасники проектів Вікімедіа. Доміно – *Вікіпедія*. Вікіпедія. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Доміно (дата звернення: 11.06.2024).

10. Залогіна О. «Використання активних методів, інтерактивних технологій, інтернет ресурсі в при вивченні математики, в контексті проблемної теми школи «Формування відкритого інформаційно-комунікаційного середовища». Запорізька гімназія №30 Запорізької міської ради. URL: https://cutt.ly/vE9KTle (дата звернення: 11.04.2024).

11. Зубенко О. В., Медведєва С. О. Інтерактивні технології навчання при вивченні іноземних мов в технічному вузі. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2008. № 4. С. 119–122.

12. Інклюзивна освіта - Альтернативні підходи до вирішення питання оцінювання. URL: http://surl.li/ocelg (дата звернення: 11.06.2024).

13. Інтерактивні технології навчання в сучасній школі. *Освітній проект «На Урок» для вчителів*. URL: http://surl.li/ocell (дата звернення: 11.04.2024).

14. Інтерактивне навчання в системі нових освітніх технологій. ТЕОРІЯ ДИТЯЧОГО КОЛЕКТИВУ.
URL: http://terra0432.blogspot.com/2015/04/blog-post_71.html
(дата звернення: 11.04.2024).

15. Інтерактивне навчання. *Педрада (Портал освітян України)*. URL: http://surl.li/ocemt (дата звернення: 11.04.2024).

16. Істер О. С. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. освіти : підручник. Київ : Генеза, 2019. 384 с.

17. Істер О. С., Єргіна О. В. Алгебра і початки аналізу : (профіл. рівень) : підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед, освіти. Київ : Генеза, 2018. 448 с.

18. Кучерова Г.М., Ягоднікова В.В. Інтерактивні вправи та ігри. Харків: Вид. група "Основа", 2012. 144 с.

19. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Гімназія, 2018. 256 с.

20. Навчальна програма для вивчення математики (Алгебра та початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. *Сайт МОН України*. URL: http://surl.li/buuap (дата звернення: 11.04.2024).

21. Пометун О.І. Активні та інтерактивні методи навчання: до питання про диференціацію понять. Шлях освіти. 2004. №3. С. 10-15.

22. Пометун О. І. Енциклопедія інтерактивного навчання. Київ, 2007. 144 с.

23. Пометун О.І., Пироженко Л.В. Інтерактивні технології навчання: теорія, практика, досвід. Київ, 2002. 237 с.

24. Пометун О.І., Пироженко Л.В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання: Наук.-метод. посібник. Київ: А.С.К., 2004. 192 с.

25. Попов В., Посторонко А. Інтерактивні технології навчання в підготовці інженерів-педагогів. Гуманізація навчально-виховного процесу*:* Збірних наукових праць. Слов'янськ: Видавничий центр СДПУ, 2006. Випуск XXX. С. 55-59.

26. Сиротенко Г. О. Сучасний урок: інтерактивні технології. Харків: Основа, 2003. 80 с.

27. Yuliia Venhryn. Methodological features of the use of interactive methods in conducting lessons and assessing students' knowledge of mathematics in high school. *IV Міжнародна науково-практична Інтернет-конференція «Математика та інформатика в науці й освіті: виклики сучасності», присвячена 90-річчю кафедри математики та інформатики* (Вінниця, 25-26 травня 2023 року): Збірник тез. Вінниця: ВНТУ, 2023. С. 244-246.

Інформаційні ресурси

28. Сайт наукової бібліотеки Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. URL: http://www.library.chnu.edu.ua/ (дата звернення: 11.04.2024).

29. Сайт МОН України.

30. Освітні програми: Сайт МОН України. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi (дата звернення: 11.04.2024).

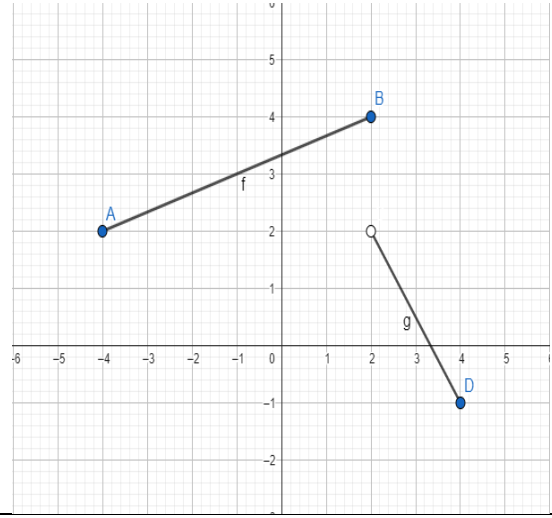
31. Підручники: Сайт МОН України. URL: https://mon.gov.ua/ua/tag/pidruchniki (дата звернення: 11.06.2024).

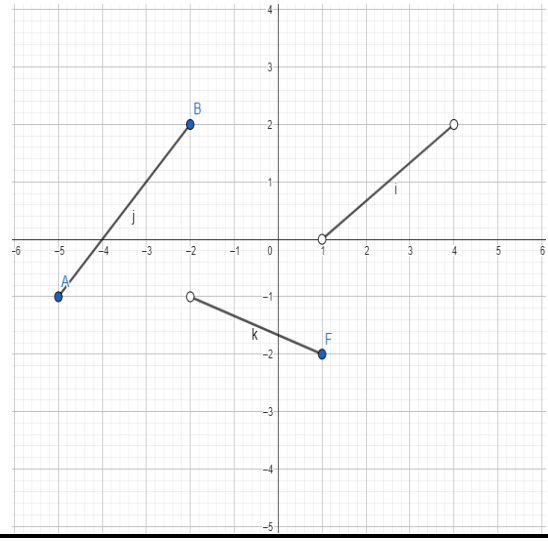
32. База шкільних підручників онлайн. URL: https://gdz4you.com/pidruchnyky/ (дата звернення: 11.04.2024).

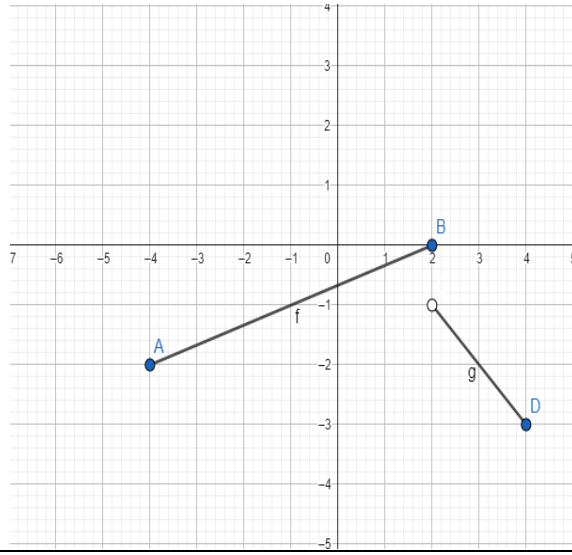
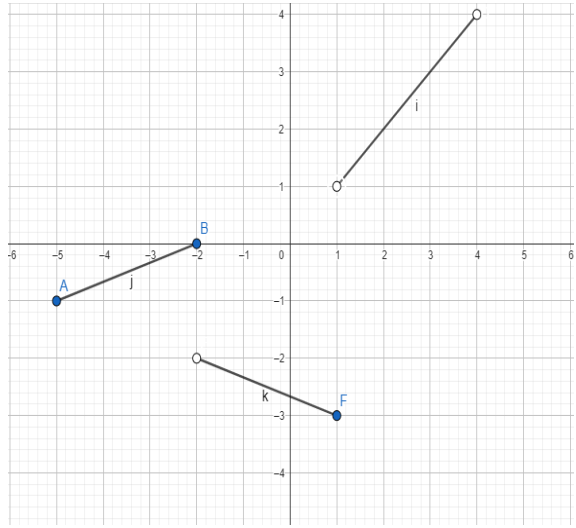
33. Сайт «Уроки математики». URL: http://www.go2math.com (дата звернення: 11.04.2024).

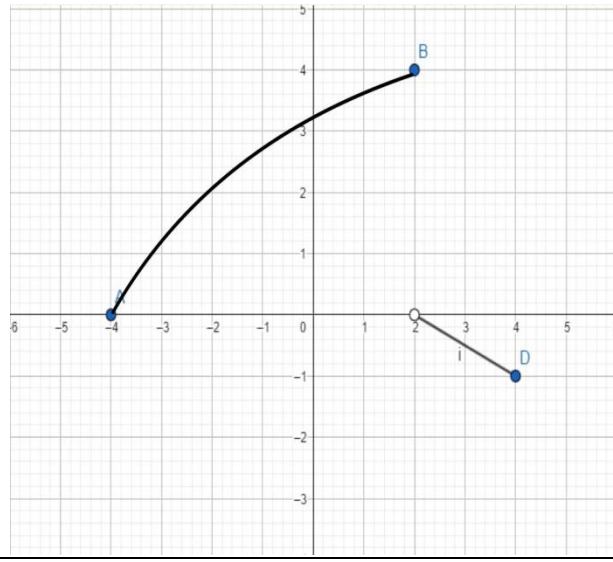
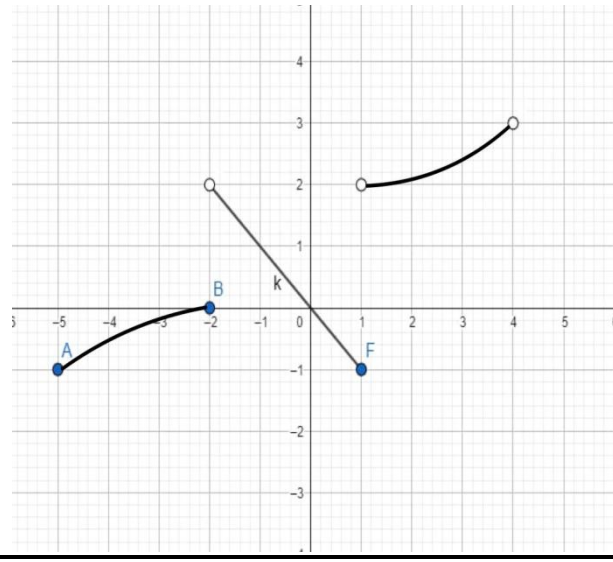
34. Журнал «Математика в школах України». URL: http://journal.osnova.com.ua/journal (дата звернення: 11.04.2024).

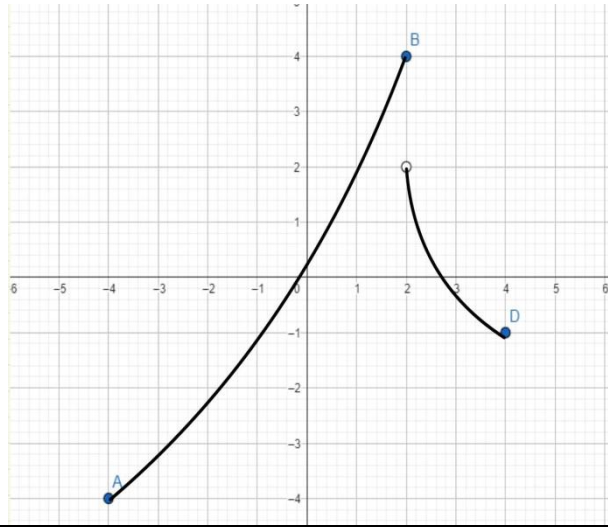
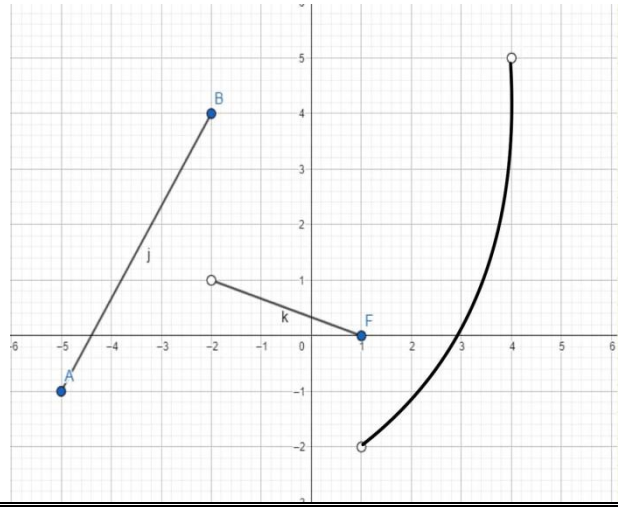
Додаток 1. Зразки графіків до завдання прикладу 3.7.

<table>
<tr><th colspan="2">Можливі відповіді учнів</th></tr>
<tr><td>І група</td><td>1)


2)

</td></tr>
</table>

II група	1)  2) 

III група	1)  2) 

IV група	1)  2) 

Додаток 2. Математичне доміно

	$\sin a$		$\cos a$
$-\sin a$	$\cos(90° - a)$	$-\sin a$	$\sin(90° - a)$
$-\cos a$	$\sin(180° - a)$	$-\cos a$	$\sin(90° + a)$
$ctg\ a$	$\cos(270° + a)$	$ctg\ a$	$\cos(2\pi - a)$
$tg\ a$	$\sin\ (2\pi + a)$	$tg\ a$	$\cos(2\pi + a)$
$\cos a$	$\sin\ (\pi - a)$	$\cos a$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right)$
$\sin a$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$		

	$tg\ a$			$ctg\ a$
$-\sin a$	$tg(180° + a)$		$-\sin a$	$tg(90° + a)$
$-\cos a$	$ctg(90° - a)$		$-\cos a$	$ctg(\pi + a)$
$ctg\ a$	$ctg(270° - a)$		$ctg\ a$	$ctg(2\pi + a)$
$tg\ a$	$tg(2\pi + a)$			

	$-\cos a$			$-\sin a$
$-\sin a$	$\cos(180° + a)$		$-\sin a$	$\cos(90° + a)$
$-\cos a$	$\sin(270° - a)$			

Додаток 3. Математичні комікси та меми

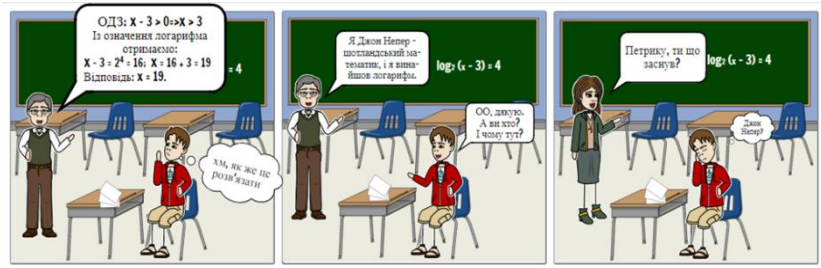


Рис.1.



Рис. 2.



Рис. 3


знайдіть радіус цього кола, якщо діаметр 2 метра.
Але в нас фізкультура?!

Рис.4

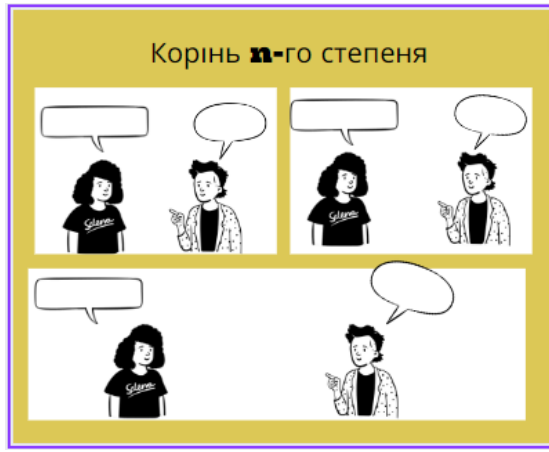

Корінь n-го степеня

Рис. 5

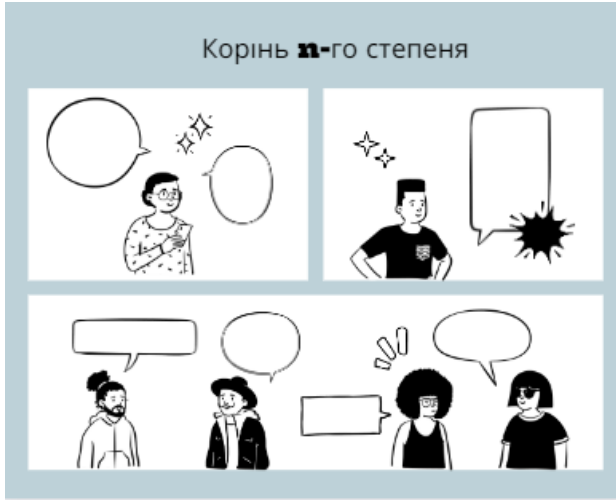

Корінь n-го степеня

Рис.6


Які властивості кореня
n-го степення ви знаєте?

Рис.7

Додаток 4. Конспект уроку в 10 класі на тему «Властивості кореня n-го степеня» (з використанням методу «Акваріум»)

Тема: *Властивості кореня n-го степеня*

Мета:

- *навчальна:* закріпити знання, отримані на попередніх уроках;
- *розвиваюча:* розвивати вміння аналізувати і використовувати отримані знання та навички, правильно використовувати властивості в залежності від умови завдання, правильно формулювати математичні означення, терміни, теореми;
- *виховна:* виховувати інтерес до вивчення математики, збільшити взаємодію між учнями, навчити учнів співпрацювати в команді.

Тип уроку: закріплення знань.

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання.

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання.
- Перевірка присутніх на уроці.
- Перевірка виконання домашнього завдання.
- Налаштування на роботу.

II. Актуалізація опорних знань

Використовуємо метод «Мікрофон».

Вчитель оголошує правила проведення гри:

- говорити має право тільки той учень, у кого «символічний» мікрофон;
- під час відповіді учня, його відповідь не коментують і не оцінюють;
- коли хтось висловлюється, інші мають дотримуватися тиші.

Запитання	Можливі відповіді учнів
1. Що ми називаємо коренем n-го степеня із числа a?	Коренем -го степеня із числа a називають таке число, n-й степінь якого дорівнює a.
2. Які властивості має корінь -го степеня?	Корінь -го степеня з добутку двох невід'ємних чисел дорівнює добутку коренів n-го степеня із цих чисел.
3. Які є особливості кореня -го степеня для різних значень n?	$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} \lvert a\rvert, \text{ якщо } n - \text{парне}, \\ a, \text{ якщо } n - \text{непарне}; \end{cases}$ $a \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}.$
4. Чи можна обчислювати корінь -го степеня для від'ємних чисел?	Тільки якщо n — непарне ціле число.
4. Які властивості має функція, яка обчислює корінь n-го степеня?	Корінь -го степеня з дробу, чисельник якого невід'ємний, а знаменник додатний, дорівнює кореню n-го степеня із чисельника, поділеному на корінь n-го степеня із знаменника.
6. У чому відмінність арифметичного кореня від алгебраїчного кореня?	Арифметичний корінь існує тільки для невід'ємного числа і може дорівнювати тільки невід'ємному числу.
7. Яка ОДЗ для виразу $\sqrt[n]{a}$, якщо n – парне?	ОДЗ: $a \geq 0$.
8. Яка ОДЗ для виразу $\sqrt[n]{a}$, якщо n – непарне?	ОДЗ: $a \in \mathbb{R}$.
9. Які ви знаєте тотожності для кореня n-го степеня	1) $\sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}$ – тільки для коренів непарного степеня.
10. Де та в яких сферах мож-	1. У комп'ютерній графіці корені

на зустріти використання коренів n-го степеня в реальному житті?	n-го степеня використовуються для створення складних анімацій та ігрових об'єктів – таких як вогонь, дим, вологість та інші ефекти. 2. У сфері криптографії корені n-го степеня використовуються для шифрування та дешифрування даних, що забезпечує безпеку інформації. 3. У музичній і звуковій обробці корені -го степеня використовуються для створення різних звукових ефектів та обробки аудіо.

III. Розв'язування вправ

Завдання №1

А) Подайте вираз у вигляді добутку коренів:

1)	$\sqrt{3 \cdot 7}$	2)	$\sqrt[5]{5m}$

Б) Подайте вираз у вигляді частки коренів:

1)	$\sqrt{\frac{5}{7}}$	2)	$\sqrt[7]{\frac{n}{8}}$

Розв'язання:

1А)	$\sqrt{3 \cdot 7} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7}$
2А)	$\sqrt[5]{5m} = \sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{m}$
1Б)	$\sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$
2Б)	$\sqrt[7]{\frac{n}{8}} = \frac{\sqrt[7]{n}}{\sqrt[7]{8}}$

Завдання №2

Знайдіть значення виразу:

1)	$\sqrt[3]{8 \cdot 125}$	2)	$\sqrt[7]{\dfrac{128}{100\,000\,000}}$
3)	$\sqrt[5]{1\dfrac{11}{16} \cdot 4{,}5}$	4)	$\dfrac{\sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{8}}$
5)	$\dfrac{\sqrt[3]{-625}}{\sqrt[3]{-5}}$	6)	$\sqrt[5]{12 : \dfrac{4}{81}}$

Розв'язання:

1)	$\sqrt[3]{8 \cdot 125} = \sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{125} = 2 \cdot 5 = 10.$
2)	$\sqrt[7]{\dfrac{128}{10\,000\,000}} = \dfrac{\sqrt[7]{128}}{\sqrt[7]{10\,000\,000}} = \dfrac{2}{\sqrt[7]{10^7}} = \dfrac{2}{10} = 0{,}2.$
3)	$\sqrt[5]{1\dfrac{11}{16} \cdot 4{,}5} = \sqrt[5]{\dfrac{27}{16} \cdot \dfrac{9}{2}} = \sqrt[5]{\dfrac{243}{32}} = \sqrt[5]{\dfrac{3^5}{2^5}} = \dfrac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[5]{2^5}} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5.$
4)	$\dfrac{\sqrt[4]{112}}{\sqrt[4]{7}} = \sqrt[4]{\dfrac{112}{7}} = \sqrt[4]{16} = 2.$
5)	$\dfrac{\sqrt[3]{-625}}{\sqrt[3]{-5}} = \dfrac{-\sqrt[3]{625}}{-\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\dfrac{625}{5}} = \sqrt[3]{\dfrac{5^4}{5}} = \sqrt[3]{5^3} = 5.$
6)	$\sqrt[5]{12 : \dfrac{4}{81}} = \sqrt[5]{\dfrac{12 \cdot 81}{4}} = \sqrt[5]{3 \cdot 81} = \sqrt[5]{3 \cdot 3^4} = \sqrt[5]{3^5} = 3.$

Завдання №3

Внесіть множник під знак кореня ($m > 0; n > 0$):

1)	$2\sqrt[3]{7};$	2)	$-m\sqrt[4]{5};$	3)	$mn\sqrt[9]{\dfrac{4n^3}{m^8}};$

4)	$-mn\sqrt[3]{-8};$	5)	$2\sqrt[5]{\frac{1}{8}}.$

Розв'язання:

1)	$2\sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{56}.$
2)	$-m\sqrt[4]{5} = -\sqrt[4]{5m^4}.$
3)	$mn\sqrt[9]{\frac{4n^3}{m^8}} = \sqrt[9]{\frac{4n^3 \cdot m^9 \cdot n^9}{m^8}} = \sqrt[9]{4n^{12}m}.$
4)	$-mn\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{-m^3n^3 \cdot (-8)} = \sqrt[3]{8m^3n^3}.$
5)	$2\sqrt[5]{\frac{1}{8}} = \sqrt[5]{\frac{2^5}{2^3}} = \sqrt[5]{2^2} = \sqrt[5]{4}.$

Завдання № 4. Метод «Акваріум»

Учитель об'єднує учнів у групи по 4-6 осіб. Кожна група по черзі сідає в центрі класу та обговорює шляхи виконання отриманого завдання. Учні із зовнішнього кола спостерігають за ходом міркувань. Після закінчення відведеного для дискусії часу, група повертається на свої місця, а вчитель ставить до класу такі запитання:

1. Чи погоджуєтесь ви з думкою групи?
2. Чи була ця думка достатньо аргументованою, доведеною?
3. Який із аргументів ви вважаєте найбільш переконливим?

Завдання для групи №1	Відповіді учнів
Чи має зміст вираз: 1) $\sqrt{12 * 14 - 13^2};$ 2) $\sqrt{2009^2 - 2008^2};$ 3) $\sqrt{1000^2 - 1001^2}.$	1) $\sqrt{12 * 14 - 13^2} = \sqrt{168 - 169} =$ $\sqrt{-1}$ – немає змісту. 2) $\sqrt{2009^2 - 2008^2} =$ $\sqrt{(2009 - 2008)(2009 + 2008)} =$

	$\sqrt{1 * 4017} = \sqrt{4017}$ – має зміст. 3) $\sqrt{1000^2 - 1001^2} =$ $\sqrt{(1000 - 1001)(1000 + 1001)} =$ $\sqrt{-1 * 2001} = \sqrt{-2001}$ – не має змісту.

Завдання для групи №2	Відповіді учнів
Розв'яжіть рівняння: 1) $3\sqrt{x} + 7 = 0;$ 2) $\frac{16}{\sqrt{x+1}} = 4;$ 3) $7\sqrt{2x-5} - 14 = 0.$	1) $3\sqrt{x} + 7 = 0;\ \sqrt{x} = -\frac{7}{3}; x \neq \emptyset.$ 2) $\frac{16}{\sqrt{x+1}} = 4$; ОДЗ: $x > -1;$ $\sqrt{x+1} = 4;\ x = 15.$ 3) $7\sqrt{2x-5} - 14 = 0$; ОДЗ: $x > 2{,}5;$ $\sqrt{2x-5} = 2; x = 4{,}5.$

Завдання для групи №3	Відповіді учнів
При яких значеннях a має зміст вираз: 1) $\sqrt{-a^2};$ 2) $\sqrt{a^{10} + 1};$ 3) $\sqrt{-(a+3)^2}.$	1) При $a \leq 0;$ 2) a — будь-яке число. 3) Вираз має зміс лише при $a = -3.$

Після завершення,відбувається обговорення роботи в групах, підбиття підсумків. Оцінювання відбувається таким чином: учні отримують карту вазаємооцінювання, де мають оцінити кожного учасника іншої групи. Група №1 оцінює групу №2, група №2 оцінює групу №3, група №3 оцінює групу №1.

Карта для взаємооцінювання						
Оцініть учасників іншої групи за кожним критерієм від 0 до 2 балів						
Впишіть ім’я кожного учасника:						
1. Активна участь у роботі групи.						
2. Вносив вдалі пропозиції, які врахувала група.						
3. Запропонував цілком нову ідею, що сподобалась іншим.						
4. Усі пропозиції були чітко аргументовані.						
5. Виконав правильно одне чи більше завдань.						
6. Доповідав класу про результати групової роботи.						
Всього балів:						

IV. Підсумок уроку

- Вчитель відповідає на запитання учнів.
- Індивідуальна робота з учнями, що не зрозуміли матеріал.

V. Домашнє завдання

Підручник [16]: повторити §4, опрацювати конспект.
Виконати: № 4.10 (1,4); 4.12 (3); 4.14 (4); 4.16 (1,5,3); 4.20; 4.35 (2,4).

Додаток 5. Конспект уроку в 10 класі на тему «Монотонність та неперервність функцій. Парні та непарні функції» (з використанням методу «Акваріум»)

Тема: Монотонність і неперервність функцій. Парні і непарні функції.

Мета:

- *навчальна:* пригадати поняття монотонності і неперервності функції; розглянути поняття парності і непарності функції, навчитися досліджувати функцію на парність, будувати графіки парних і непарних функцій, використовуючи їх властивості симетричності;
- *розвиваюча:* розвивати вміння досліджувати функції на парність і непарність;
- *виховна:* виховувати інтерес до вивчення математики.

Тип уроку: засвоєння нових знань.

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання, підручник [16].

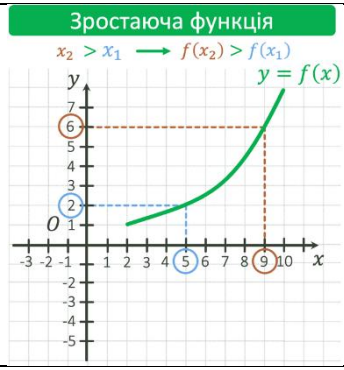
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання.
- Перевірка присутніх на уроці.
- Налаштування на роботу.

II. Актуалізація опорних знань

Монотонність функції

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Пригадайте, яка функція називається зростаючою?

Функція називається зростаючою, якщо більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції.</td>
</tr>
<tr>
<td>Вкажіть проміжок зростання даної функції.

$[2; 10]$ – проміжок зростання даної функції.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>Пригадайте, яка функція називається спадною.

Функція називається спадною, якщо більшому значенню аргументу відповідає менше значення функції</td>
</tr>
</table>

Вкажіть проміжок спадання даної функції. $[2; 10]$ – *проміжок спадання даної функції.*	

Функція називається ***монотонною*** на деякому проміжку, якщо вона на цьому проміжку або зростає, або спадає.

Проміжки зростання або спадання функції називаються ***проміжками монотонності***.

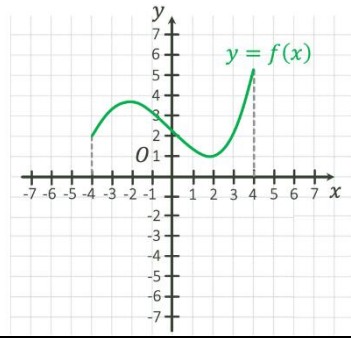
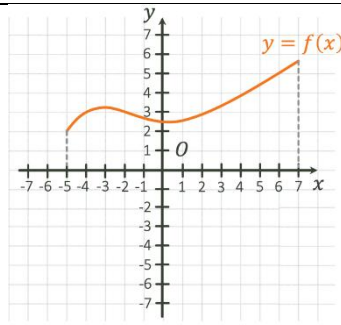
III. Вивчення нового матеріалу

Симетрія області визначення відносно нуля

➢ Поясніть, як ви розумієте поняння *«Область визначення симетрична відносно нуля?»*

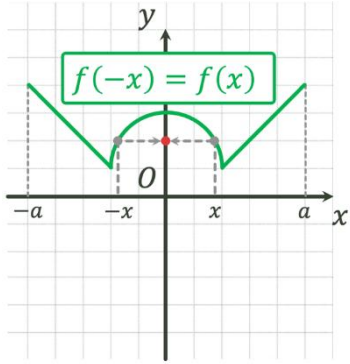
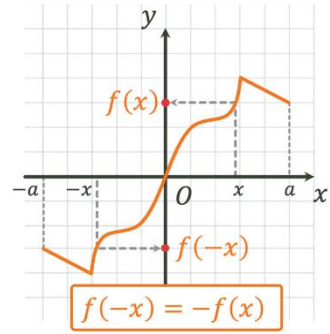
(Учні висловлюють власну думку)

➢ Знайдіть область визначення обох функцій

	
$D(y) = (-4; 4)$	$D(y) = (-5; 7)$
Область визначення **симетрична** відносно нуля.	Область визначення **несиметрична** відносно нуля.

Для кожного додатного числа x *із області визначення міститься також і число* $-x$.	*Для чисел* 6 *і* 7 *область визначення не містить чисел* -6 *і* -7

Парність та непарність функцій

$y = f(x)$ **- парна**	$y = f(x)$ **- непарна**
	
Графік парної функції симетричний відносно осі Oy *(ординат)*	*Графік непарної функції симетричний відносно початку координат*

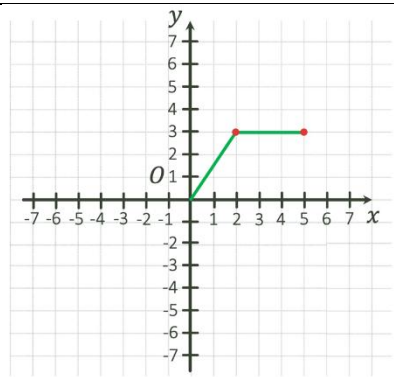
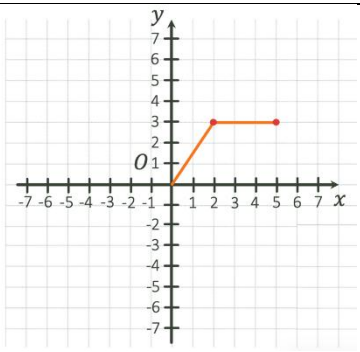
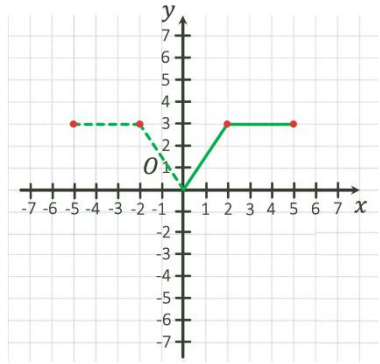
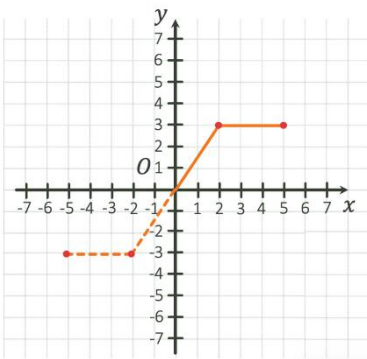
Алгоритм дослідження функції на парність / непарність:

1. *Перевірити, чи симетрична область визначення відносно нуля*
2. *Перевірити виконання умови:*

$$f(-x) = f(x) \text{ або } f(-x) = -f(x)$$

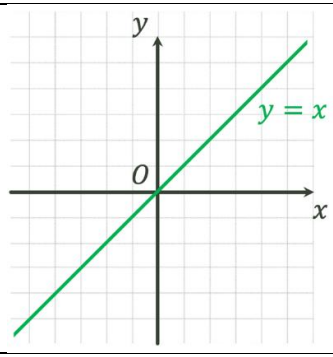
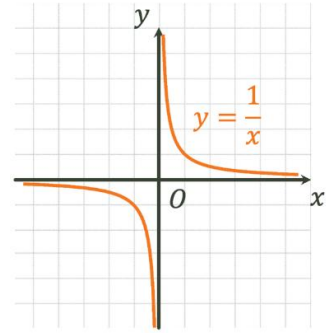
(!) Не кожна функція може бути парною або непарною.

Якщо не виконується хоча б одна з умов алгоритму дослідження функції на парність чи непарність, то функція ні парна, ні непарна. У такому випадку кажуть, що вона ***індиферентна***.

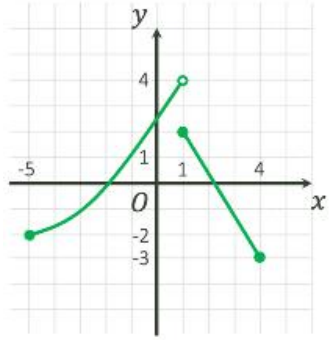
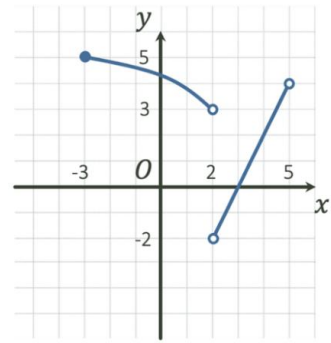
➢ Де потрібно поставити точки, щоб дорисувати графік парної функції?	➢ Де потрібно поставити точки, щоб дорисувати графік непарної функції?
	
	
Симетрія відносно осі Oy.	Симетрія відносно початку координат.

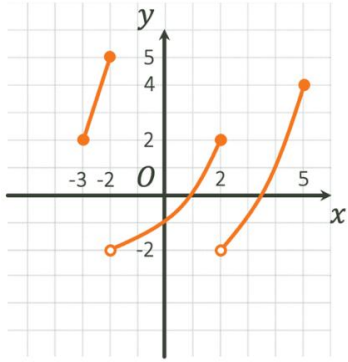
Неперервність функції

Функція **неперервна на проміжку**, якщо її графік на цьому проміжку – неперервна (суцільна) лінія.

	
Неперервна на проміжку $(-\infty; +\infty)$	*Неперервна на проміжках* $(-\infty; 0)$ *і* $(0; +\infty)$
	Точка $x = 0$ *– точка розриву.*
	➢ Поясніть, чому точка $x = 0$ є точкою розриву для функції $y = \frac{1}{x}$? *(Точка* $x = 0$ *не належить області визначення цієї функції.)*

Знайдіть область визначення, область значень та назвіть точки розриву цих функцій:

	
$D(f) = [-5; 4]$, $E(f) = [-3; 4)$. Точка розриву: $x = 1$.	$D(f) = [-3; 2) \cup (2; 5)$, $E(f) = (-2; 5]$. Точка розриву: $x = 2$.



$D(f) = [-3; 5]$,
$E(f) = (-2; 5]$.
Точки розриву: $x = -2; x = 2$.

IV. Розв'язування завдань

Завдання № 1

Відомо, що $f(-3) = 5$. Знайдіть $f(3)$, якщо функція f:

1) Парна. 2) Непарна.

Розв'язання.

1) Графік парної функції симетричний відносно осі ординат, отже: $f(3) = 5$.

2) Графік непарної функції симетричний відносно початку координат, отже: $f(3) = -5$.

Завдання № 2

Функція $y(x)$ спадає на проміжку $[0; 5]$. Порівняйте:

1) $y(3)$ та $y(3{,}1)$; 2) $y\left(\frac{1}{4}\right)$ та $y\left(\frac{1}{5}\right)$

Розв'язання. Якщо функція спадає на певному проміжку, то на цьому проміжку більшому значенню аргументу відповідає менше значення функції, отже:

1) $y(3) > y(3{,}1)$.

2) $y\left(\frac{1}{4}\right) < y\left(\frac{1}{5}\right)$.

Завдання № 3

Зауважимо, що наведені завдання можна виконувати вибірково, враховуючи рівень знань учнів конкретного класу.

Доведіть, що функція є парною:

1) $f(x) = 3x^2 + x^4$.	2) $f(x) = \frac{16x^4}{x^2+1}$.
3) $f(x) = \frac{x^2-7}{\|x\|}$.	4) $f(x) = \sqrt{4x^2-3} + \sqrt{3x^2-4}$.

Розв'язання:

1)	$f(x) = 3x^2 + x^4$. $f(-x) = 3(-x)^2 + (-x)^4 = 3x^2 + x^4 = f(x)$. $D(f): x \in \mathbb{R}$. Область визначення симетрична відносно початку координат та $f(-x) = f(x)$. Отже, ця функція парна.
2)	$f(x) = \frac{16x^4}{x^2+1}$. $D(f): x \in \mathbb{R}$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x) = \frac{16(-x)^4}{(-x)^2+1} = \frac{16x^4}{x^2+1} = f(x)$, тобто $f(-x) = f(x)$. Отже, ця функція парна.
3)	$f(x) = \frac{x^2-7}{\|x\|}$. $D(f): x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x) = \frac{(-x)^2-7}{\|-x\|} = \frac{x^2-7}{\|x\|} = f(x)$, тобто $f(-x) = f(x)$. Отже, ця функція парна.
4)	$f(x) = \sqrt{4x^2-3} + \sqrt{3x^2-4}$. Знайдемо область визначення: $\begin{cases} 4x^2-3 \geq 0, \\ 3x^2-4 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq \frac{3}{4}, \\ x^2 \geq \frac{4}{3}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \|x\| \geq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \|x\| \geq \frac{2}{\sqrt{3}}; \end{cases} \Leftrightarrow$

	$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x \geq \frac{2}{\sqrt{3}}, \\ x \leq -\frac{2}{\sqrt{3}}. \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \ D(f)\colon \left(-\infty; -\frac{2}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{2}{\sqrt{3}}; +\infty\right).$ Отже, область визначення симетрична відносно початку координат. Крім того, $f(-x) = \sqrt{4(-x)^2 - 3} + \sqrt{3(-x)^2 - 4} =$ $= \sqrt{4x^2 - 3} + \sqrt{3x^2 - 4} = f(x),$ тобто $f(-x) = f(x)$. Отже, ця функція парна.

Завдання №4

Це завдання можна виконувати вибірково, враховуючи рівень знань учнів певного класу

Доведіть, що непарною є кожна з функцій:

1) $f(x) = x^2(4x - x^3)$,	2) $f(x) = \frac{x^4+1}{7x^3}$,
3) $f(x) = \frac{4}{x}$,	4) $f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x}$.

Розв'язання:

1)	$f(x) = x^2(4x - x^3) = 4x^3 - x^5.$ $D(f)\colon x \in \mathbb{R}$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x) = 4(-x)^3 - (-x)^5 = -4x^3 + x^5 =$ $-(4x^3 - x^5) = -f(x)$, тобто $f(-x) = -f(x)$. Отже, функція непарна.
2)	$f(x) = \frac{x^4 + 1}{7x^3}.$ $D(f)\colon x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат.

	$f(-x)=\dfrac{(-x)^4+1}{7(-x)^3}=\dfrac{x^4+1}{-7x^3}=-\left(\dfrac{x^4+1}{7x^3}\right)=-f(x),$ тобто $f(-x)=-f(x)$. Отже, функція непарна.
3)	$$f(x)=\frac{4}{x}.$$ $D(f)$: $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x)=\dfrac{4}{-x}=-\left(\dfrac{4}{x}\right)=-f(x).$ Отже, функція непарна.
4)	$$f(x)=\frac{(x-1)(x+1)}{x}=\frac{x^2-1}{x}.$$ $D(f)$: $x\in(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x)=\dfrac{(-x)^2-1}{-x}=\dfrac{x^2-1}{-x}=-\left(\dfrac{x^2-1}{x}\right)=-f(x).$ Отже, функція непарна.

V. Закріплення нових знань

Для наступного завдання пропонуємо використати метод інтерактивного навчання «Акваріум». Для цього учнів розділяємо на три команди. Перша команда пересідає в коло по центру класу, яке сформоване зі стільців і парт та отримує карточку із завданнями. Ця група отримує на виконання завдання 5 хвилин. Інші групи слухають обговорення й виконання завдань команди, яка знаходиться в «Акваріумі».

Коли приходить час, група займає свої місця і вчитель починає опитувати клас:

- Чи погоджуєтеся з аргументами, які навела перша команда?
- Чи правильно досліджено на парність задані функції?
- Які властивості учні при цьому використовували?

Після цього «Акваріум» заповнюють інша група учнів, яка отримує свої завдання. Кожна група по черзі відвідує «акваріум» і обговорює результати роботи кожної групи на уроці.

Картка №1	
Дослідіть функцію на парність:	
5) $f(x) = x + x^5$;	6) $f(x) = x + \frac{3}{x}$;
7) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$;	8) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$.

Картка №2	
Дослідіть функцію на парність:	
5) $y = x^2 - \lvert x \rvert$;	6) $y = \lvert x^7 \rvert$;
7) $y = \frac{x^2}{x+1}$;	8) $y = \sqrt{x}$.

Картка №3	
Дослідіть функцію на парність:	
5) $f(x) = x + x^7$;	6) $y = \lvert x^9 \rvert$;
7) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$;	8) $f(x) = 2x + \frac{4}{x}$.

Розв'язання:

Картка №1	
1)	$f(x) = x + x^5$. $D(f)$: $x \in \mathbb{R}$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x) = (-x) + (-x)^5 = -x - x^5 = -(x + x^5) = -f(x)$. Отже, функція непарна.
2)	$f(x) = x + \frac{3}{x}$. $D(f)$: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат.

	$f(-x) = -x + \frac{3}{-x} = -x - \frac{3}{x} = -\left(x + \frac{3}{x}\right) = -f(x).$ Отже, функція непарна.
3)	$f(x) = \sqrt{4 - x^2}.$ Знайдемо область визначення: $4 - x^2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 \leq 4 \quad \Leftrightarrow \quad -2 \leq x \leq 2\,.$ $D(f)\colon x \in [-2; 2]$ –– область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x) = \sqrt{4 - (-x)^2} = \sqrt{4 - x^2} = f(x).$ Отже, функція парна.
4)	$f(x) = \sqrt[3]{x^2}.$ $D(f)\colon x \in (-\infty; +\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x) = \sqrt[3]{(-x)^2} = \sqrt[3]{x^2} = f(x).$ Отже, функція парна.
	Картка №2
1)	$y = x^2 - \lvert x\rvert.$ $D(f)\colon x \in (-\infty; +\infty)$ — область визначення даної функції симетрична відносно початку координат. $f(-x) = (-x)^2 - \lvert -x\rvert = x^2 - \lvert x\rvert = f(x).$ Отже, задана функція парна.
2)	$y = \lvert x^7\rvert.$ $D(f)\colon x \in (-\infty; +\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x) = \lvert -x^7\rvert = \lvert x^7\rvert = f(x).$ Отже, функція парна.
3)	$y = \frac{x^2}{x + 1}.$ Знайдемо область визначення: $x + 1 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq -1.$ Отже, $D(f)\colon x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ — область визначення не симетрична відносно початку координат, тобто задана

	функція ні парна, ні непарна.
4)	$$y = \sqrt{x}.$$ $D(f)$: $x \in [0; +\infty)$ — область визначення не симетрична відносно початку координат. Отже, задана функція ні парна, ні непарна.
Картка №3	
1)	$$f(x) = x + x^7.$$ $D(f)$: $x \in \mathbb{R}$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $f(-x) = (-x) + (-x)^7 = -x - x^7 = -(x + x^7) = -f(x)$. Отже, задана функція непарна.
2)	$$y = \lvert x^9 \rvert.$$ $D(f)$: $x \in (-\infty; +\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $$f(-x) = \lvert -x^9 \rvert = \lvert x^9 \rvert = f(x).$$ Отже, функція парна.
3)	$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}.$$ Знайдемо область визначення: $$9 - x^2 \geq 0 \iff x^2 \leq 9 \iff -3 \leq x \leq 3.$$ Тобто $D(f)$: $x \in [-3; 3]$ — область визначення симетрична відносно початку координат. Крім того, $f(-x) = \sqrt{9 - (-x)^2} = \sqrt{9 - x^2} = f(x)$. Отже, функція парна.
4)	$$f(x) = 2x + \frac{4}{x}.$$ $D(f)$: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ — область визначення симетрична відносно початку координат. $$f(-x) = -2x + \frac{4}{-x} = -2x - \frac{4}{x} = -\left(2x + \frac{4}{x}\right) = -f(x).$$ Отже, функція непарна.

VI. Підсумок уроку

- Яка функція зростаюча / спадна на певному проміжку?
- Область визначення якої функції симетрична відносно нуля?
- Яку функцію називають парною / непарною?
- Як перевірити парність функції за допомогою її графіка?
- Яку функцію називають неперервною в точці?
- Яку функцію називають монотонною на певному проміжку?

Оцінювання

Оцінювання відбувається за такою схемою:

Критерії які оцінює вчитель	
Виконання поставленого завдання	
1. Завдання виконано групою повністю.	2 бали
2. Завдання виконано частково.	1 бал
3. Завдання не виконано.	0 балів
Презентація виконаного завдання	
1. Завдання презентовано цікаво, присутня аргументація розв'язків.	2 бали
2. Завдання презентовано без аргументів, наведено тільки правильні відповіді.	1 бал
3. Завдання презентовано, проте допущено багато помилок, відповідь неправильна.	0 балів
Участь усіх членів групи	
1. Всі члени групи були залучені до співпраці.	2 бали
2. Лише частина учнів була залучена до співпраці.	1 бал

Самооцінювання учнів: кожен учень оцінює себе за певними критеріями, набираючи бали від 0 до 6	
1. Я брав(-ла) активну участь у роботі групи.	2 бали
2. Я вносив(-ла) вдалі пропозиції, які врахувала група.	1 бал

3. Я надавав(-ла) підтримку іншим членам групи, заохочував(-ла) їх до роботи.	1 бал
4. Я вдало узагальнював(-ла) думки інших і просував(-ла) роботу групи вперед.	1 бал
5. Я доповідав(-ла) класу про результати групової роботи.	1 бал

VII. Домашнє завдання

Підручник [16]: опрацювати §2.

виконати №№ 2.4; 2.8; 2.14 (2,3); 2.24 (2, 4, 5, 9).

Для нотаток

Навчальне видання

Інтерактивні методи навчання математики в ЗЗСО

Навчальний посібник

Укладачі: **Боднарук** Світлана Богданівна
Венгрин Юлія Ярославівна
Сікора Віра Степанівна

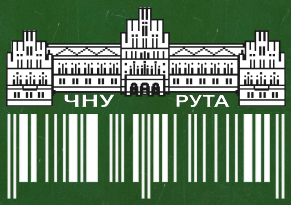
Літературна редакторка: О.В. Колодій

Технічна редакторка: Ю.С. Віщак

Підписано до друку 09.07.2024. Формат 60×84/16.

Електронне видання. Ум.-друк. арк. 5,2.
Обл.-вид. 5,6. Зам. Н-062.
Видавництво Чернівецького національного
університету імені Юрія Федьковича
58002, Чернівці, вул. Коцюбинського, 2
ruta@chnu.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №891 від 08.04.2002 р.



ISBN 978-966-423-875-2