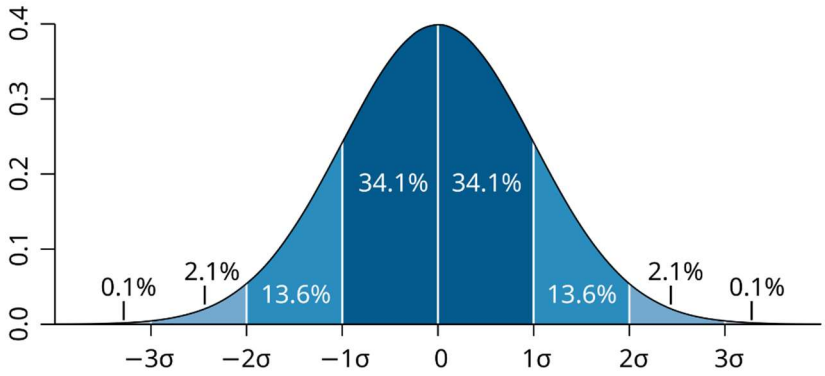
Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет
імені Юрія Федьковича

В. А. Головацький, І. В. Головацький

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ НА ОСНОВІ WOLFRAM MATHEMATICA





Чернівці
Чернівецький національний університет
2025

УДК 519.2, 519.6
Г61

Друкується за ухвалою Вченої ради
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича
(протокол №1 від 28.01.2025)

Рецензенти:

Білинський І.В. *професор кафедри фізики та методики її навчання Криворізького державного педагогічного університету, доктор фіз.-мат. наук, професор;*

Грищук А.М. *завідувач кафедри фізики та методики її навчання Житомирського державного університету імені Івана Франка, кандидат фіз.-мат. наук, доцент*

Головацький В.А. , Головацький І.В.
Г61 Теорія ймовірності на основі Wolfram Mathematica : навч. пос. Чернівці : Чернівец. нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, 2025, 205 с.

У посібнику викладено теоретичні відомості з комбінаторики, основи теорії ймовірності, елементи математичної статистики, теорії надійності та теорії похибок з розглядом великої кількості прикладів і задач з аналітичними розв'язками та числовими розрахунками в системі Wolfram Mathematica.

Аналітичні, числові та графічні можливості системи комп'ютерної алгебри суттєво поліпшують вивчення теорії ймовірності. Використання генератора випадкових чисел дозволяє проводити експерименти з теорії ймовірностей. Розв'язання великої кількості задач методами комп'ютерного моделювання створює можливості для оволодіння студентами системи комп'ютерної алгебри Wolfram Mathematica, яка їм буде корисною при вивченні інших фізико-математичних дисциплін.

Для здобувачів вищої освіти фізико-математичних спеціальностей.

© Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, 2025

СПИСОК СКОРОЧЕНЬ

ДВВ – дискретна випадкова величина

НВВ – неперервна випадкова величина

ЗМІСТ

Розділ 1. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ 6
1. Множини та дії над ними 6
2. Випадкові події. Ймовірність події. Класичне, статистичне та геометричне означення ймовірності 19
3. Елементи комбінаторики 31
4. Основні теореми теорії ймовірностей 46
4.1. Операції над подіями 46
4.2. Теореми додавання ймовірностей 47
4.3. Теореми множення ймовірностей 51
4.4. Імовірність настання принаймні однієї події 56
5. Надійність системи 57
6. Формула повної ймовірності і формула Байєса 61
6.1. Формула повної ймовірності 61
6.2. Ймовірність гіпотез. Формула Байєса 63
7. Повторні випробування 72
7.1. Послідовні незалежні випробування. Формула Бернуллі 72
7.2. Формула Пуассона (теорема Пуассона) 75
7.3. Локальна теорема Муавра–Лапласа 77
7.4. Інтегральна теорема Муавра –Лапласа 82
Розділ 2. ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ 92
1. Види випадкових величини. Закон розподілу випадкових величин 92
2. Густина ймовірності (щільність) неперервної випадкової величини 98
3. Числові характеристики випадкових величин. Математичне сподівання, мода та медіана 106
4. Дисперсія випадкової величини. Властивості дисперсії 108
5. Моменти випадкової величини. Асиметрія та ексцес 114
6. Багатовимірні випадкові величини 117
6.1. Закон розподілу двовимірної випадкової величини 117
6.2. Числові характеристики двовимірної випадкової величини 123
Розділ 3. РОЗПОДІЛИ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН 130
1. Рівномірний розподіл 130

2. Біномний розподіл 135
3. Геометричний розподіл 138
4. Від'ємний біноміальний розподіл (розподіл Паскаля) 143
5. Розподіл Пуассона 146
6. Показниковий (експоненційний) розподіл 151
7. Гіпергеометричний розподіл 156
8. Нормальний закон розподілу 159
9. Т-розподіл Стьюдента 164
10. Імовірнісна твірна функція. Послідовність незалежних випробувань із різними імовірностями 167
Розділ 4. ЗАКОН ВЕЛИКИХ ЧИСЕЛ, ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ 171
1. Нерівність Чебишева 172
2. Закон великих чисел Чебишева 174
3. Теореми Бернуллі та Пуассона 175
4. Центральна гранична теорема 177
Розділ 5. МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА 180
1. Вибірковий метод 181
2. Числові характеристики вибірки 183
3. Статистичні оцінки параметрів розподілу ймовірності. Метод моментів 187
4. Методика статистичної обробки експериментальних даних 189
Список літератури 195
Додаток 1. Таблиця значень функції Гауса 197
Додаток 2. Таблиця значень функції Лапласа 201
Додаток 3. Програма розрахунку значень функції Лапласа 203
Додаток 4. Основні типи розподілів 204